



Trækonstruktioner og materialeøkonomi i husbygning

Aagaard, Niels-Jørgen

Publication date:
1988

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Aagaard, N.-J. (1988). *Trækonstruktioner og materialeøkonomi i husbygning*. Danmarks Tekniske Højskole.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

INSTITUTTET FOR HUSBYGNING

Rapport nr. **173**

NIELS-JØRGEN AAGAARD JENSEN
HOVEDMOMENTFORLØB I
ORTOTROPE TRÆBASEREDE PLADER

Den polytekniske Lærestalt, Danmarks tekniske Højskole
Lyngby 1988

FORORD

Denne rapport knytter sig som appendiks L til min licentiatafhandling:

"Trækonstruktioner og Materialeøkonomi i Husbygning"
Rapport nr. 172 + appendix, Instituttet for Husbygning,
DTH, Lyngby, [Aagaard, N.J. (1988b)]

Rapporten er udført i forbindelse med mit licentiatstudium, idet der herunder er opstået behov for særlige studier af delområder. Dette arbejde udgør et sådant delområde. Andre tilsvarende nærstudier er repræsenteret i

"Træstrukturer og Ressourceøkonomi i Naturen"
Rapport nr. 170, Instituttet for Husbygning,
DTH, Lyngby, [Aagaard, N.J. (1988a)]

og

"Reference list on Tree Structures and Resource Economy in Nature."
Rapport nr. 171, Instituttet for Husbygning,
DTH, Lyngby, [Aagaard, N.J. (1988d)]

Det foreliggende arbejde er udført ved Instituttet for Husbygning, Danmarks tekniske Højskole.

INDHOLD:

	side
INDLEDNING - OM HENSIGT OG METODE	1
1. ELEMENTMETODEBEREGNING AF PLADER - "ASKA"	5
2. HOVEDMOMENTER - "ASKAHOM" OG "MOMTEGN"	13
3. PLADETYPEN	15
4. HOVEDMOMENTPLOT OG -FORLØB	17
5. TEGNINGSOVERSIGT OG STØRSTE HOVEDMOMENTER	53
REFERENCER	56

INDLEDNING - OM HENSIGT OG METODE

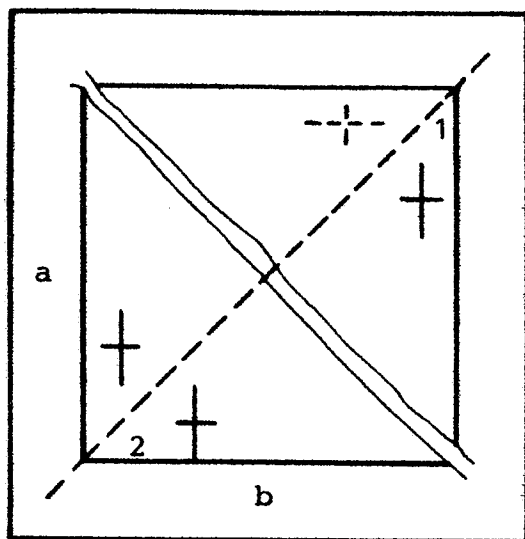
I erkendelse af det vanskelige i på generel analytisk form at fastlægge hovedmomentforløbene i arbitrære plader - udsat for alle tænkelige belastningstyper og understøttet på tilfældig måde - kan det være nyttigt at få et visuelt billede af karakteristikaene ved hovedmomentforløb i en række udvalgte pladeeksempler.

En væsentlig parameter i forståelsen af kraftforløbet gennem plader er repræsenteret ved materialeegenskaberne. Et i statisk henseende fuldkomment pladetilfælde kan karakteriseres ved en så stor grad af spejlsymmetri som mulig (hvilket implicerer en vis rotationssymmetri; d.v.s. at der er tale om en cirkulær plade, (se [Aagaard, N.J. (1988a)] afsnit 1.2 og app. A) svarende til en jævn fordeling af alle statiske parametre: jævn fladelast, isotropt plademateriale og dermed jævn reaktionsfordeling.

For husbygningsmæssige formål - og idet der særligt fokuseres på træmaterialer - kan det være relevant i særlig grad at behandle rektangulære plader. Eftersom den jævne fladebelastning er en hyppigt forekommende og ofte dominerende del af det dimensionerende belastningstilfælde, er det af interesse at kende forholdene i rektangulære ortotrope plader udsat for en jævn fladelast.

I forlængelse heraf er det denne rapports anliggende at visualisere hovedmomentforløb i udvalgte pladeeksempler, hvor belastning og understøttelsesbetingelser er homogene. Herved forstås jævne, ensformige belastningstilfælde og midterlinje - såvel som diagonalsymmetriske frihedsgrader ved understøtningen af de rektangulære (kvadratiske) plader.

Ortotropien er introduceret ved variation af pladematerialets elastiske egenskaber m.h.t. 2 globale hovedretninger, som er parallelle med pladekanterne. Ved denne form for ortotropi mistes diagonalsymmetrien - se figur 0.01 -, og med mindre understøtningerne helt er beliggende på diagonalerne (som ved hjørneunderstøttede plader), mistes følgelig også diagonale spejlsymmetriske reaktioner.



0.01

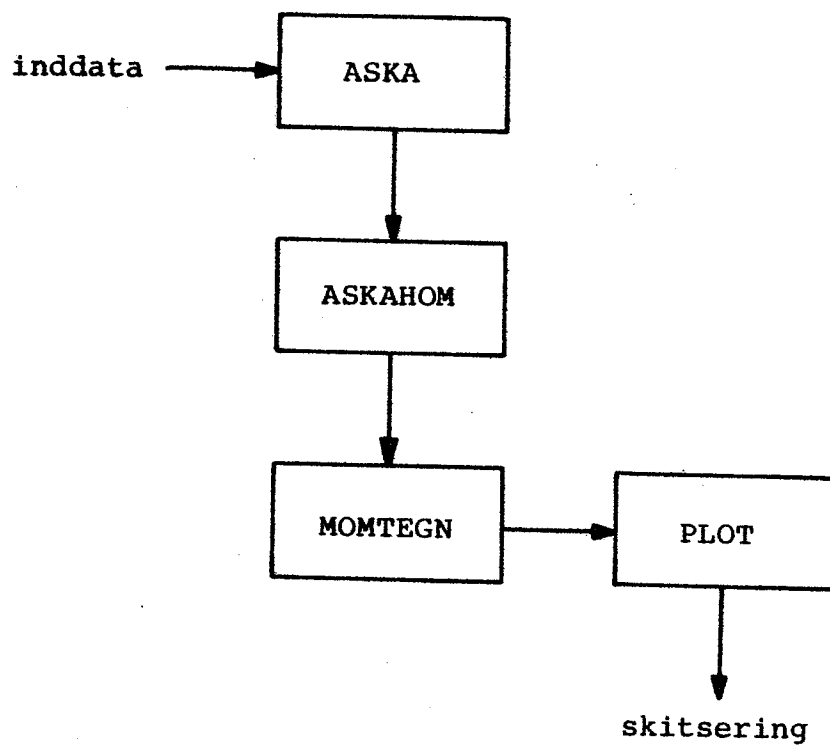
De elastiske egenskaber i et plade-punkt kan symboliseres ved længderne af armene i et kors orienteret efter hovedstivhedsretningerne. Ved spejling om diagonal (1) opstår modstrid med pladens virkelige egenskaber (2). Hvis elementet er understøttet langs hele eller dele af kanterne (a) og (b), vil reaktionerne langs disse være forskellige.

For alle andre rektangler end kvadratet ligger der i geometrien en tilsvarende ortotropi. Ved behandling af ortotrope pladers hovedmomentforløb burde det således ved en grov vurdering være tilstrækkeligt at behandle kvadratiske pladers forhold, idet geometri og pladestivheder opfattes som komplementære størrelser - se [Aagaard, N.J. (1988b)] afsnit 4.4.

I det følgende er opgaven om bestemmelse af hovedmomentforløb således afgrænset til kun at omfatte kvadratiske plader.

Proceduren er følgende: Indledningsvis bestemmes momentfordelingen over pladens areal ved hjælp af en numerisk metode (ASKA). Disse størrelser konverteres via transformationsformlerne for ortotrope plader (ASKAHOM) - se [Aagaard, N.J. (1988b)] afsnit 5.1 - hvorefter en tegnealgoritme (MOMTEGN) leder til den ønskede visuelle repræsentation af hovedmomenternes størrelser og retninger.

Afslutningsvis benyttes kendskabet til hovedmomentretningerne til en skitse­mæssig optegning af hovedmomenttrajektorierne. Proce­du­ren kan skitseres således:



1. ELEMENTMETODEBEREGNING AF PLADER - "ASKA"

Til numerisk bestemmelse af snitkraftfordelingen over ortotrope plader kan anvendes færdige beregningsalgoritmer. På UNI-C foreligger biblioteksprogrammerne STRUDL og ASKA, der begge er baseret på Finite-element-metoden.

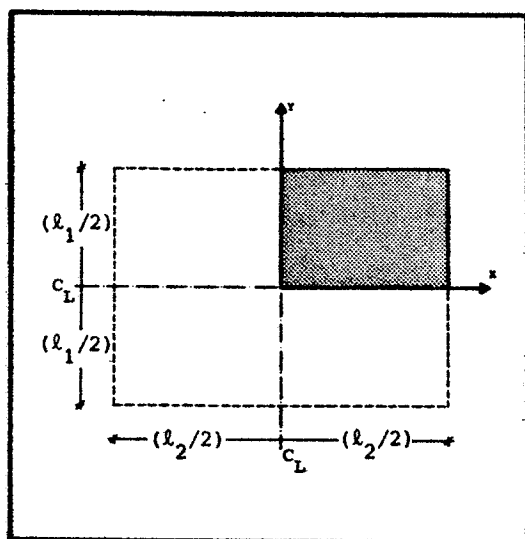
Både det amerikanske STRUDL og norsk-tyske ASKA rummer mulighed for beregning af plader med ortotrope egenskaber. Der vides at eksistere andre biblioteksprogrammer - så som det svenske PREFEM - men disse er ikke for tiden tilgængelige på UNI-C.

Den eksisterende version af STRUDL på NEUCC er ufuldstændig og er dels ikke i overensstemmelse med foreliggende manualer dels behæftet med "blokeringer" over for de kommandoer, hvormed anisotrope eller ortotrope pladers elastiske egenskaber indgives. Adskillige forsøg på at beregne ortotrope plader er strandet på uigennemskuelige kørselsfejl.

I stedet er anvendt biblioteksprogrammet ASKA, hvortil de følgende indtatabeskrivelser er knyttet - se [Argyris, J.H. (ed.) (1975)] og [König, M. (1971)].

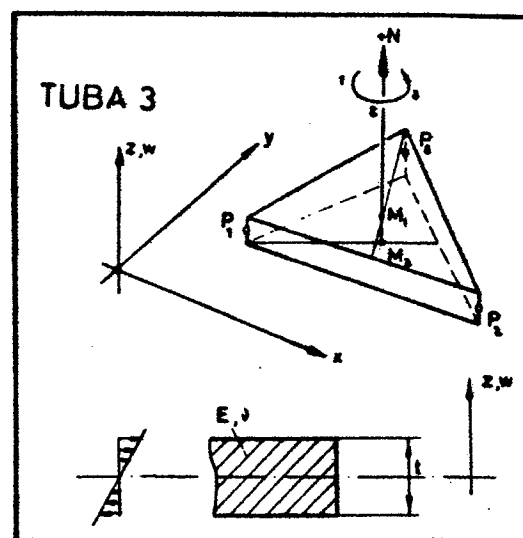
Pladen er placeret i et globalt cartesisk koordinatsystem (X,Y) som vist på figur 1.01, hvor koordinatsystemets origo er sammenfaldende med pladens midte. Som nævnt i indledningen er der kun regnet på kvadratiske plader svarende til $\ell_1 = \ell_2$.

Der er foretaget beregninger med ASKA for 4 pladetyper, hvor typeforskelligheden opstår som følge af varierende understøtningsforhold - se afsnit 4. For alle 4 pladetyper er understøtningsforholdene spejlsymmetriske omkring såvel pladecenterlinierne som pladediagonalerne. Deformationer og snitkræfter er derfor også spejlsymmetriske om disse linier (eftersom det samme gælder for belastningen). Det vil derfor være tilstrækkeligt at regne på 1/8-plade, som afgrænses af en halv kant, centerlinie og diagonal. På grund af besværligheder med fastlæggelse af indtata for frihedsgraderne langs diagonalerne er det dog valgt, at beregningerne foretages for 1/4-plade - som rastet på figur 1.01.



1.01

Der regnes på kvarte plader be-
liggende i det globale (X,Y)-ko-
ordinatsystems 1'ste kvartplan.
Pladekanterne er parallelle med
koordinataksene.



1.02

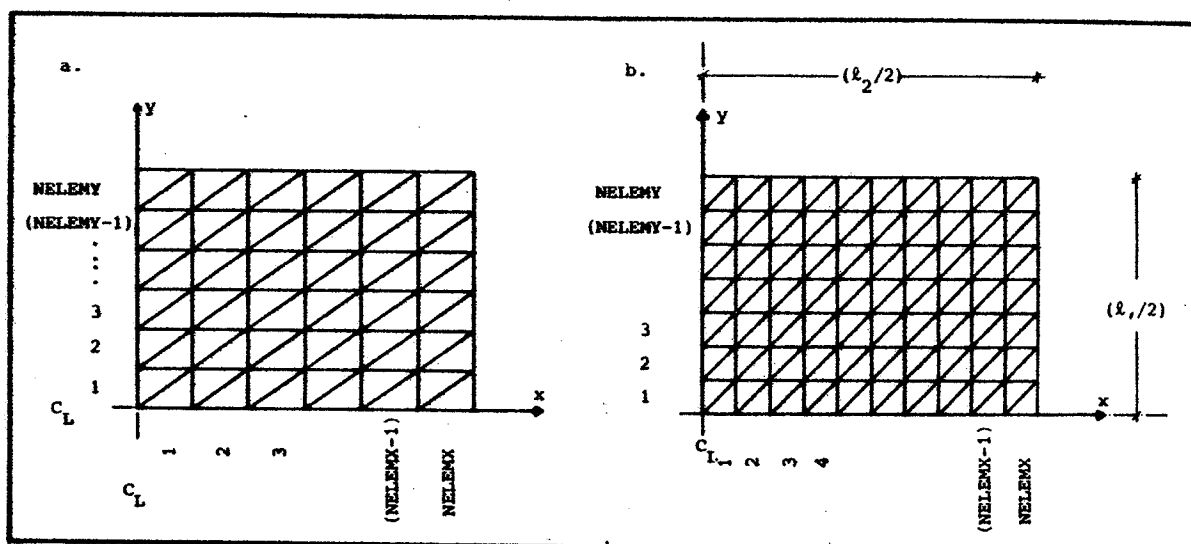
TUBA3-elementet i et lokalt (x,y)-
koordinatsystem. Det er afgørende
for ASKA-beregningerne, at knude-
nummereringen er i overensstemmel-
se med "højre-drejningen" om den
lokale normalvektor \vec{N} til pla-
den [Argyris, J.H. (ed) (1975)]
p. 6.31.

Idet pladen er forudsat massiv, og belastningen overalt er vin-
kelret på den plane plade, kan valget af elementtype i ASKA ind-
skrænkes til typerne TUBA3, TUBA6 eller TUBAC6. Da TUBA-elemen-
terne giver hurtigt konvergerende resultater, er det skønnet, at
TUBA3-elementet (der "kun" tillader retlinede momentvariationer
langs elementrandene) vil give tilstrækkeligt nøjagtige resulta-
ter.

Herved kan knudeantallet holdes passende lavt - til benefice for
EDB-regningen -, samtidig med at uddata om snitkraftforholdene i
elementhjørnerne er så stort som muligt. Der er derfor valgt et
pladeelement af typen TUBA3, som illustreret i figur 1.02.

Pladedelen inddeles i $2 \cdot \text{NELEMX} \cdot \text{NELEMY}$ elementer som vist i figur
1.03, hvor

NELEMX angiver antal elementer i X-retningen, og
NELEMY angiver antal elementer i Y-retningen.



1.03

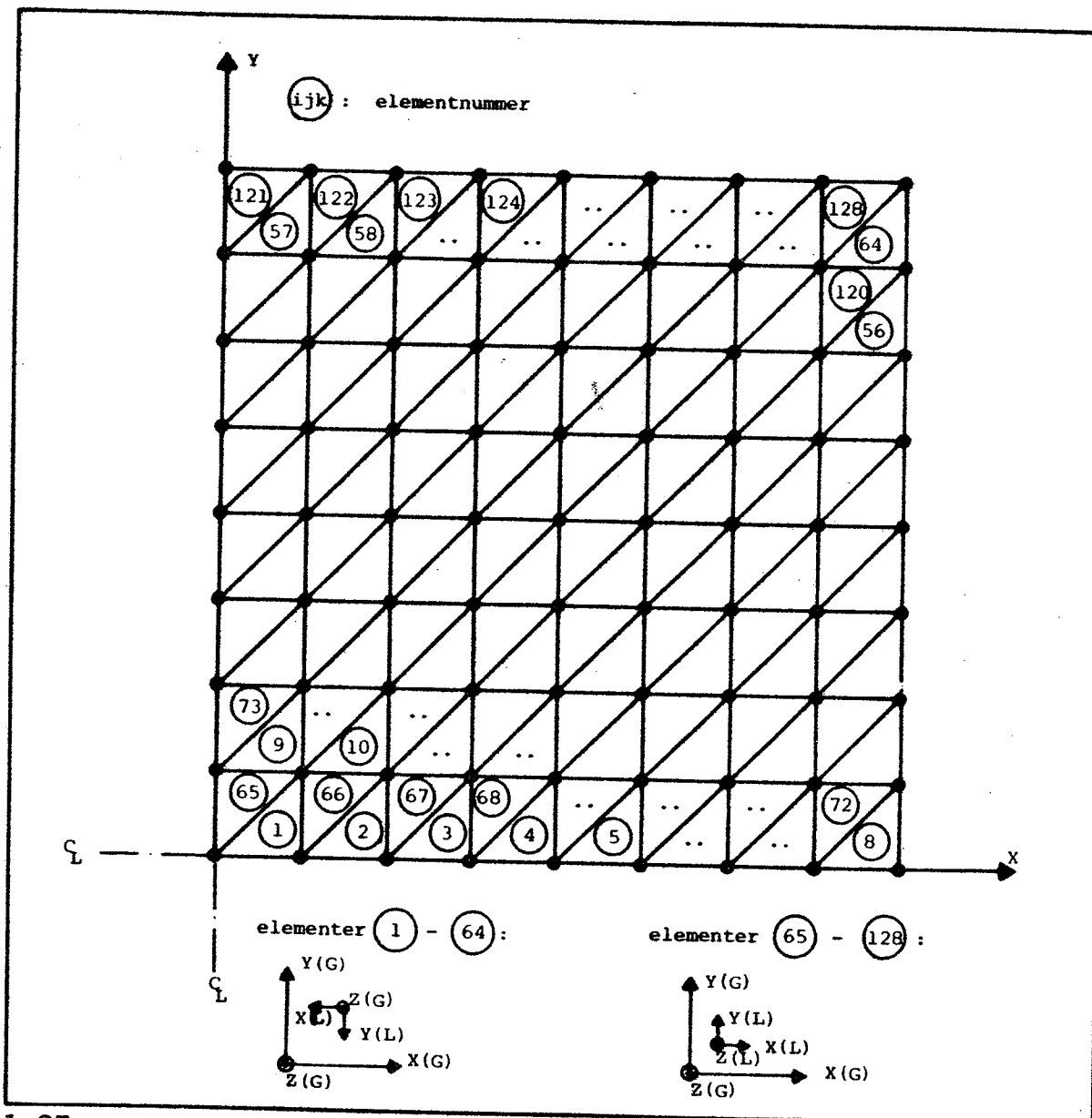
- Retvinklede, trekantede pladeelementer (TUBA3, TUBA6 eller TUBAC6).
 $NELEMX = NELEMY$.
- Retvinklede og ligebenede, trekantede pladeelementer (TUBA3, TUBA6 eller TUBAC6).
 $(NELEMX/NELEMY) = (l_2/l_1)$.

TUBAC6-elementet muliggør tykkelsesvariationer over pladearealet - en parametervariation der ikke udnyttes i denne rapportsammenhæng, eftersom pladens ortotrope egenskaber forudsættes konstante over pladearealet.

Hvis pladen ikke er kvadratisk, kan det være aktuelt at ansætte forskellige værdier af NELEMX og NELEMY for at få kendskab til snitkræfterne i ækvidistante punkter over pladearealet - figur 1.03b. Imidlertid kan regnenøjagtighederne i de to hovedretninger i ekstreme tilfælde blive så forskellige, at man må ty til ikke-ligebenede elementformer - figur 1.03a. For kvadratiske plader, som behandles her, er sådanne problemer uaktuelle.

Med henblik på beregning af en række ortotrope pladeeksempler er valgt topologi som beskrevet i figur 1.04 og 1.05. Kravene til inddataformen fremgår af [Argyris, J.H. (ed.) (1975)].

Knudenummerering. NELEMX = NELEMY = 8. Pladespændvidde = 1. Antal knuder = (NELEMX+1) (NELEMY+1) = 81.



1.05

Elementnummerering. NELEMX = NELEMY = 8. Knudeinddeling som vist i figur 1.04. Antal elementer: $2 \cdot \text{NELEMX} \cdot \text{NELEMY} = 128$.

$(X(G), Y(G), Z(G))$ = Globalt koordinatsystem.

$(X(L), Y(L), Z(L))$ = Lokalt koordinatsystem.

Eftersom det lokale koordinatsystem i ASKA determineres af den rækkefølge, hvormed de globale knudenumre knyttes til elementnumre, må det lokale koordinatsystem drejes svarende til "elementrotationen". Eksempel: element 3 og element 67:

TUBA3 (3) (1) (3) (4) (13)

TUBA3 (67) (1) (13) (12) (3)

hvor elementet 3, hvoraf der findes 1 stk., knyttes til det lokale koordinatsystem for elementerne 1-64 ved de globale knudenumre 3, 4 og 13. Tilsvarende knyttes element 67 til koordinatsystemet for elementerne 65-128 ved den globale knudenummerrækkefølge 13, 12 og 3.

Ved listning af inddata skal elasticitetsforholdene angives ved stivhedsmatricen \bar{D} , som knytter tøjninger sammen med snitkræfter. Da denne undersøgelse ikke interesserer sig for snitkraftniveauet, men i stedet fokuserer på snitkraftfordelingen over pladen, kan stivhedsmatricens inertimomentfaktorer lades ude af betragtning:

$$\begin{bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Der ses bort fra tøjningsvariationer gennem tykkelser; d.v.s. $E_{13} = E_{31} = E_{23} = E_{32} = 0$. ASKA kræver $E_{12} = E_{21}$ svarende til, at $\nu_{12}E_{12} = \nu_{21}E_{21}$, hvilket ifølge [Lekhnitskū, S.G. (1968)] nogenslunde er rimeligt for eksempelvis krydsfiner af træ. For E_{11} , E_{12} , E_{22} og E_{33} indsættes værdier, således at stivhedsmatricen \bar{D} har formen:

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} E_x & \nu E_y & 0 \\ \nu E_y & E_y & 0 \\ 0 & 0 & 2G \end{bmatrix}$$

idet det er forudsat, at $G_x = G_y$ for pladematerialet.

Det bemærkes, at den anvendte stivhedsmatrix kun er tilnærmet for så vidt ledene E_{11} , E_{12} , E_{21} og E_{22} burde multipliceres med $(1/(1-\nu^2))$, som dog for små værdier af ν er tæt på 1.

Der er anvendt følgende notation:

- $m_{\bar{u}}$: Moment i snit vinkelret på i -retningen.
- m_{xy} : Vridningsmoment.
- κ_{ii} : Krumning i i -retningen.
- κ_{xy} : Vinkeldrejning ved vridning.
- E_{ij} : Det ij 'nde element i stivhedsmatricen.
- E_i : Youngs elasticitetsmodul for bøjning i snit vinkelret på i -aksen.

G_i : Forskydningselasticitetsmodul i snit vinkelret på i-aksen.

ν : Poissons forhold for påvirkninger i pladeplanen.

I [Aagaard, N.J. (1988c)] er vedlagt kopi af ind- og uddata for en ASKA-kørsel med en simpel hjørneunderstøttet kvadratisk ortotrop plade, hvor belastningen er en jævnt fordelt ensformig fladelast virkende vinkelret på pladens plan.

2. HOVEDMOMENTER - "ASKAHOM" OG "MOMTEGN"

Af kørsel med programbiblioteket ASKA fremkommer i et kvadratnet af punkter - elementknuderne - samhørende værdier af bøjningsmomenterne m_x og m_y samt vridningsmomentet m_{xy} .

Eftersom der ikke er skelnet mellem vridningsmomenterne m_{xy} og m_{yx} (de er antaget ens) kan snitkræfterne (m_x , m_y , m_{xy}) konverteres til hovedmomenterne (m_1 , m_2) ligesom disses vinkel til det globale koordinatsystem (X , Y) kan findes af transformationsformler, som disse er anført i [Aagaard, N.J. (1988b)].

Til dette brug er der udviklet et lille program - "ASKAHOM" - i sproget PL1. I [Aagaard, N.J. (1988c)] er vedlagt en programlistning af ASKAHOM samt ind- og uddata hertil.

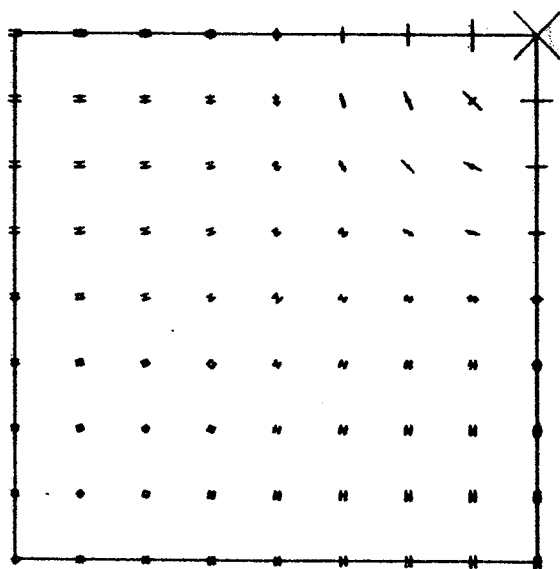
Inddata til ASKAHOM udgøres af uddata fra SIGEX-listningen i elementmetodeberegningen med ASKA.

Pladens hovedmomenter visualiseres efter principper udviklet i [Andersen, S. (1979)] og [Andersen, S. (1980)]. Programmet fra [Andersen, S. (1979)] har dannet grundlag for en revideret version, der undlader transformering af momenterne, men i stedet er et rent plotteprogram. Denne reviderede version - kaldet MOMTEGN - køres inter-aktivt, hvorfor ind- og uddata er udeladt i programlistningen i [Aagaard, N.J. (1988c)]. Man kan sige, at plottene i afsnit 4 udgør uddata.

Uddata på ASKAHOM udgør direkte og i rå form inddata i MOMTEGN. At denne adskilte programstruktur er valgt, skyldes ønsket om i alle tilfælde at kunne kontrollere momenternes numeriske værdier, for derigennem at øge fejlsøgningsmulighederne. Dette gælder særligt i de tilfælde, hvor der ved understøtninger eller lastes angrebepunkter optræder singulære punkter, som i sådanne grænsetilfælde kan forstyrre elementmetodeberegningen betydeligt.†

† I mange pladetilfælde kan der optræde linier af symmetri, hvor m_x og m_y er ens, eller hvor vridningen m_{xy} er 0. I sådanne situationer er der tale om for hovedmomentbegrebet singulære områder, hvor hovedmomentretningen i pågældende punkter ikke kan bestemmes for sig. I stedet må hovedmomentretningerne findes som asymptoten for trajektorier, der nærmer disse områder, punkter eller linier. A priori er ASKAHOM således behæftet med fejlmuligheder, hvis oprindelse det kan være nyttigt at spore.

MOMTEGN ".....tegner i hvert knudepunkt - i den i finite-element-beregningen benyttede topografi - en streg, som har samme retning, som hovedmomentet og en længde, der er proportional med momentets numeriske størrelse " [Andersen, S. (1980)] p. 18. Der tegnes to parallelle streger omkring knudepunktet, når momentet er positivt, og 1 streg igennem knudepunktet, når momentet er negativt - se figur 2.01.



2.01

Hovedmomenternes størrelse og retning for en uendelig kontinuert isotrop plade ($\nu=0$), der er understøttet af ækvidistant placerede søjler. Det viste plot, der er bestemt ved ASKA, ASKAHOM og sluttelig MOMTEGN, angiver hovedmomenterne i 1/4-plade, hvor søjleunderstøtningen er lokaliseret i øverste højre hjørne. For beskrivelse af øvrige randbetingelse: se afsnit 3. Belastningen er ensformig fordelt. I et tilfælde som dette er det uheldigt, at streglængderne er bestemt ved hovedmomenternes størrelser, da der tydeligvis optræder en kraftig spændingskoncentration omkring søjleunderstøtningen, hvorved plottene over de øvrige plade-

dele næsten forsvinder. Følgelig bliver det vanskeligt at skitsere hovedmomenttrajektorierne.

Ved understøtningen og i plademidten optræder der singulære punkter, hvor $m_x = m_y = m_1 = m_2$ og $m_{xy} = 0$. Hovedmomenternes retninger kan derfor ikke fastlægges entydigt i sådanne tilfælde.

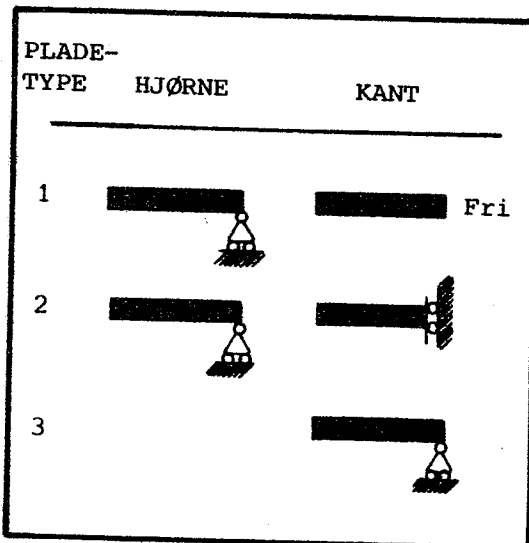
På grundlag af hovedmomentplot som det i figur 2.01 kan hovedmomentforløbene, eller hovedmomenttrajektorierne om man vil, skitseres.

3. PLADETYPER

Der er foretaget undersøgelse af hovedmomentforløbene i 3 typer af plader:

1. Simpel hjørneunderstøttet ortotrop plade med frie rande.
2. Simpel hjørneunderstøttet ortotrop plade med lodret bevægelige indspændte kanter.
3. Simpel kantunderstøttet ortotrop plade.

Understøtningsformerne og de dertil knyttede undertrykte frihedsgrader fremgår af figur 3.01 og 3.02.



3.01

Pladetype 1 og 3 er at opfatte som selvstændige pladeelementer, medens pladetype 2 kan opfattes som et modul i en uendelig kontinuert plade, hvor der imellem de ækvidistant understøttende søjler forløber kantbjælker med et uendelig slapt tværsnit.

	PLADETYPER		
	1	2	3
Hjørne	(3)	(3)	-
x-akse	(5,7)	(5,7)	(5,7)
y-akse	(4,7)	(4,7)	(4,7)
x-kant	-	(5,7)	(3,4,6)
y-kant	-	(4,7)	(3,5,8)

3.02

Undertrykte frihedsgrader for pladetyper 1-4. Cifrene refererer til frihedsnumrene for ASKA's TUBA3-element:

$w(3)$; $\gamma_x(4)$; $\gamma_y(5)$; $\kappa_{xx}(6)$;

$\kappa_{xy}(7)$; $\kappa_{yy}(8)$,

hvor W , $\gamma_i = \partial w / \partial i$ og $\kappa_{ij} = \partial^2 w / \partial i \partial j$ udtrykker nedbøjning, vinkeldrejning og krumning.

PLADETYPE	MATERIALE	ν	ν_{yx}	$\frac{E_{22}}{E_{11}}$	$\frac{E_{33}}{(E_{11} + E_{22})}$
* 1A	Isotropt	0.3	---	---	---
1B	Isotropt	0.0	---	---	---
1C	Ortotropt	---	0.0	0.4	0.05
* 1D	Ortotropt	---	0.3	0.4	0.05
2A	Isotropt	0.0	---	---	---
* 2B	Isotropt	0.3	---	---	---
2C	Ortotropt	---	0.0	0.4	0.05
* 2D	Ortotropt	---	0.3	0.4	0.05
* 3A	Isotropt	0.3	---	---	---
3B	Ortotropt	---	0.0	0.31	0.11
3C	Ortotropt	---	0.3	0.31	0.11
3D	Ortotropt	---	0.0	0.8	0.05
* 3E	Ortotropt	---	0.3	0.8	0.05
3F	Ortotropt	---	0.0	0.6	0.05
* 3G	Ortotropt	---	0.3	0.6	0.05
3H	Ortotropt	---	0.0	0.4	0.05
* 3I	Ortotropt	---	0.3	0.4	0.05
3J	Ortotropt	---	0.0	0.2	0.05
* 3K	Ortotropt	---	0.3	0.2	0.05
3L	Ortotropt	---	0.0	0.05	0.05
* 3M	Ortotropt	---	0.3	0.05	0.05
3N	Isotropt	0.0	---	---	---
* 3O	Ortotropt	---	0.3	1.0	0.05

3.03

Pladetyper og -eksempler, for hvilke der er bestemt hovedmomentforløb. De med * mærkede pladetyper har været genstand for en udtegnings af (i pladeområdet) lukkede kurver til beskrivelse af hovedmomentforløbene - isostaterne.

4. HOVEDMOMENTPLOT OG -FORLØB

Ved hjælp af den, i det foregående, beskrevne metode er der i de følgende 40 figurer - figur 4.01 - 4.27 - vist plot af hovedmomenternes størrelser, fortegn og retninger, samt vist plot af hovedmomentforløb i figurer med lige sidste figurcifre.

Det fremgår af tegningsoversigten i afsnit 5, hvilke hovedmomenter, pladestørrelser og maksimalmomenter der hører til de enkelte pladeeksempler.

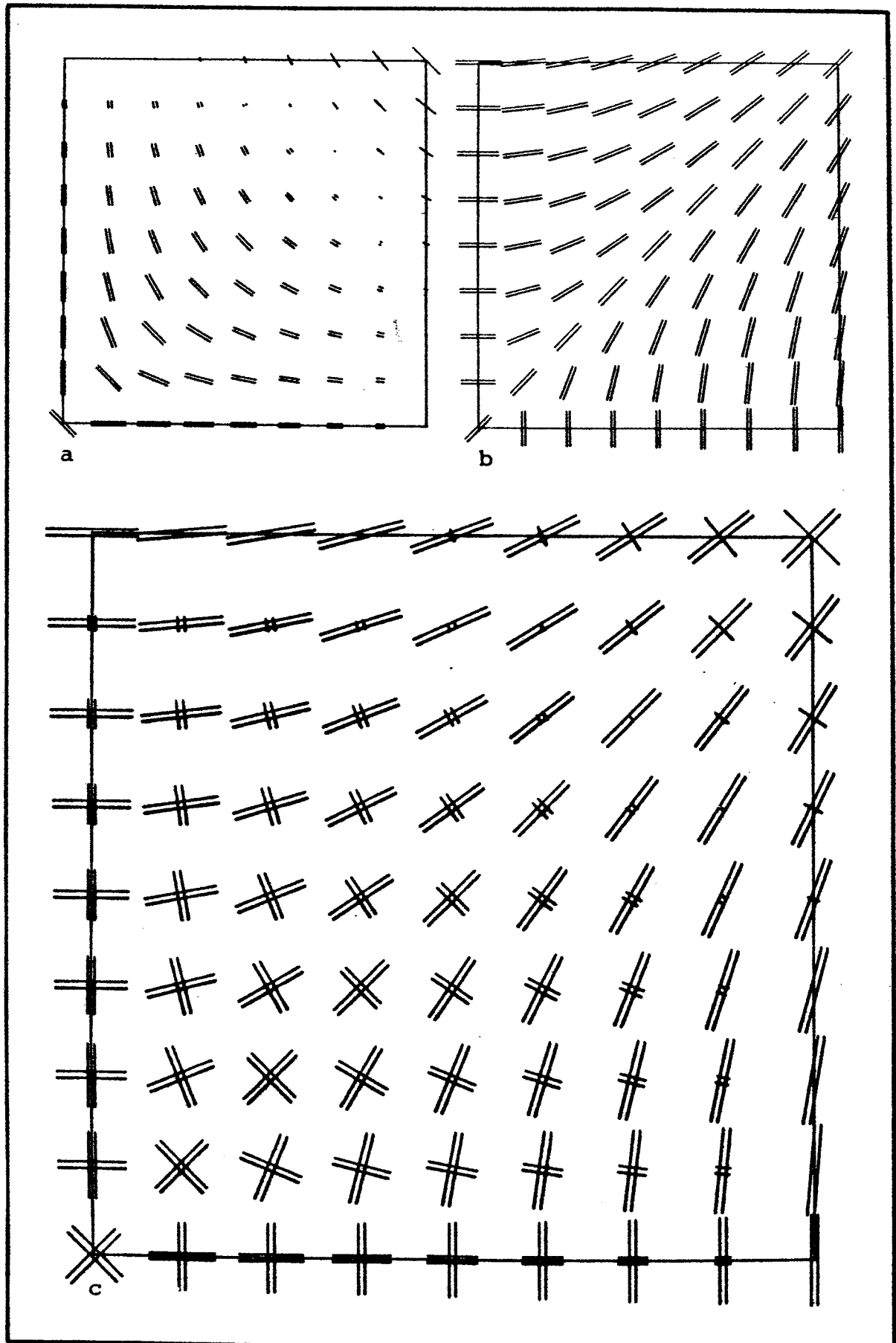
Generelt gælder, at alle figurerne 4.01 - 4.40 viser kvartplader, hvor nederste vandrette og venstre lodrette kanter udgør dele af pladernes centerlinier. Højre lodrette og øverste vandrette kanter udgør således pladebegrænsningerne.

Det retvinklede koordinatsystems x-akse er overalt parallel med figurerne tekstlinier.

Figurerne 4.01 - 4.27 beskriver forhold omkring hovedmomenterne i plader, hvor Poissons forhold er 0.3. I figurerne 4.28 - 4.40 er Poissons forhold 0.

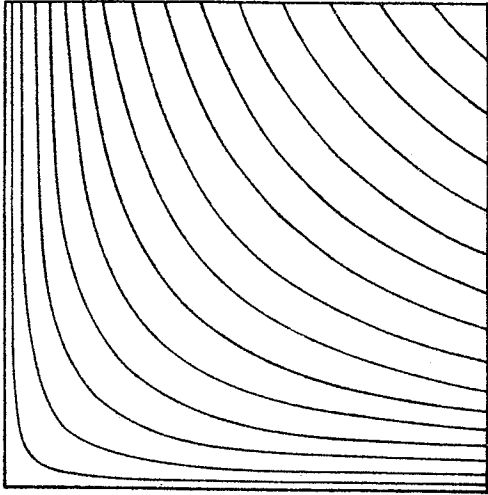
Den ikke helt fortløbende pladenummerering er bibeholdt fra analysearbejdet for at sikre overensstemmelse med de navne, der figurerer i EDB-udskrifterne - [Aagaard, N.J. (1988c)].

I alle figurerne 4.01 - 4.40 beskriver figurdele mærket "a" forholdene for 1'ste hovedmoment, medens figurdele mærket "b" beskriver 2'nd hovedmoment. Figurdele mærket "c" illustrerer de virkelige forhold i pladerne, idet figurdele a og figurdele b her er superponeret.

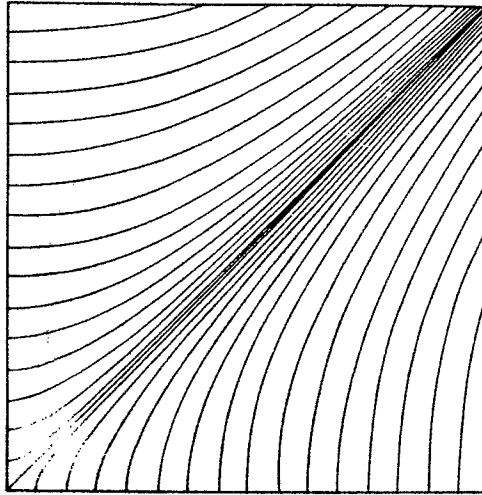


4.01

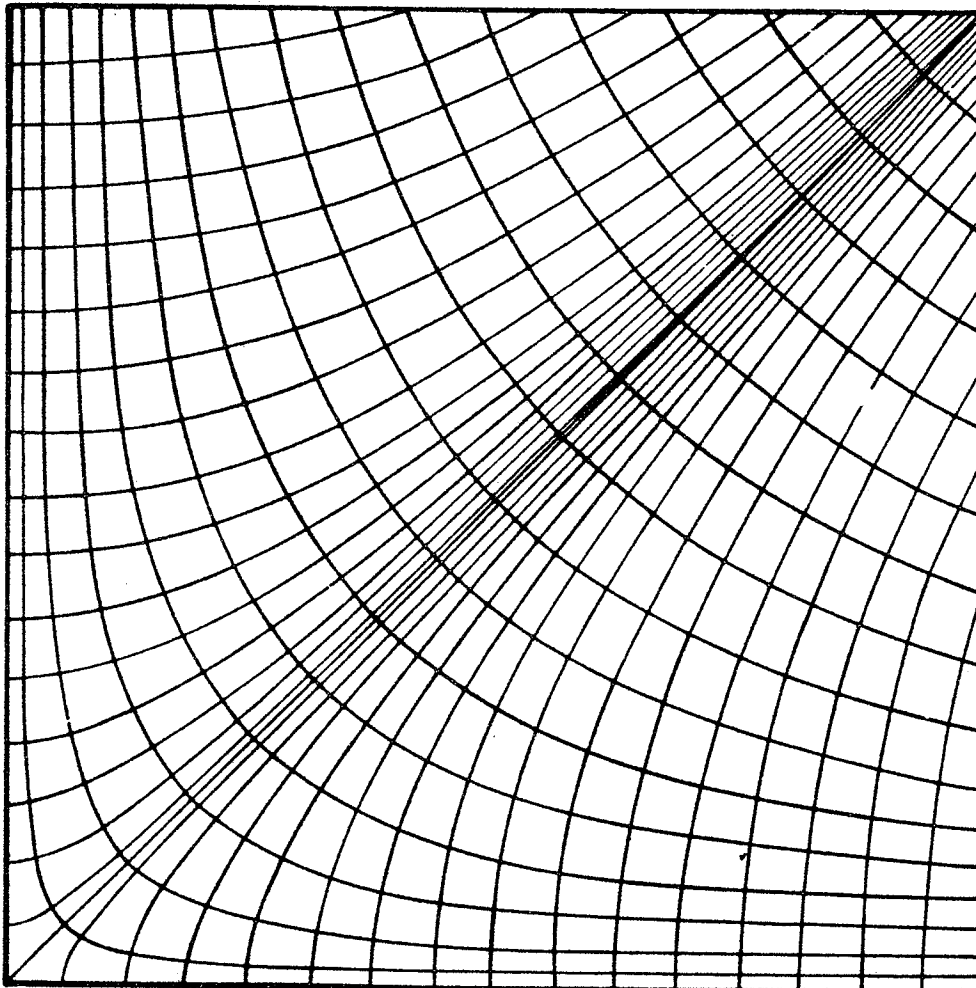
PLADE 1A



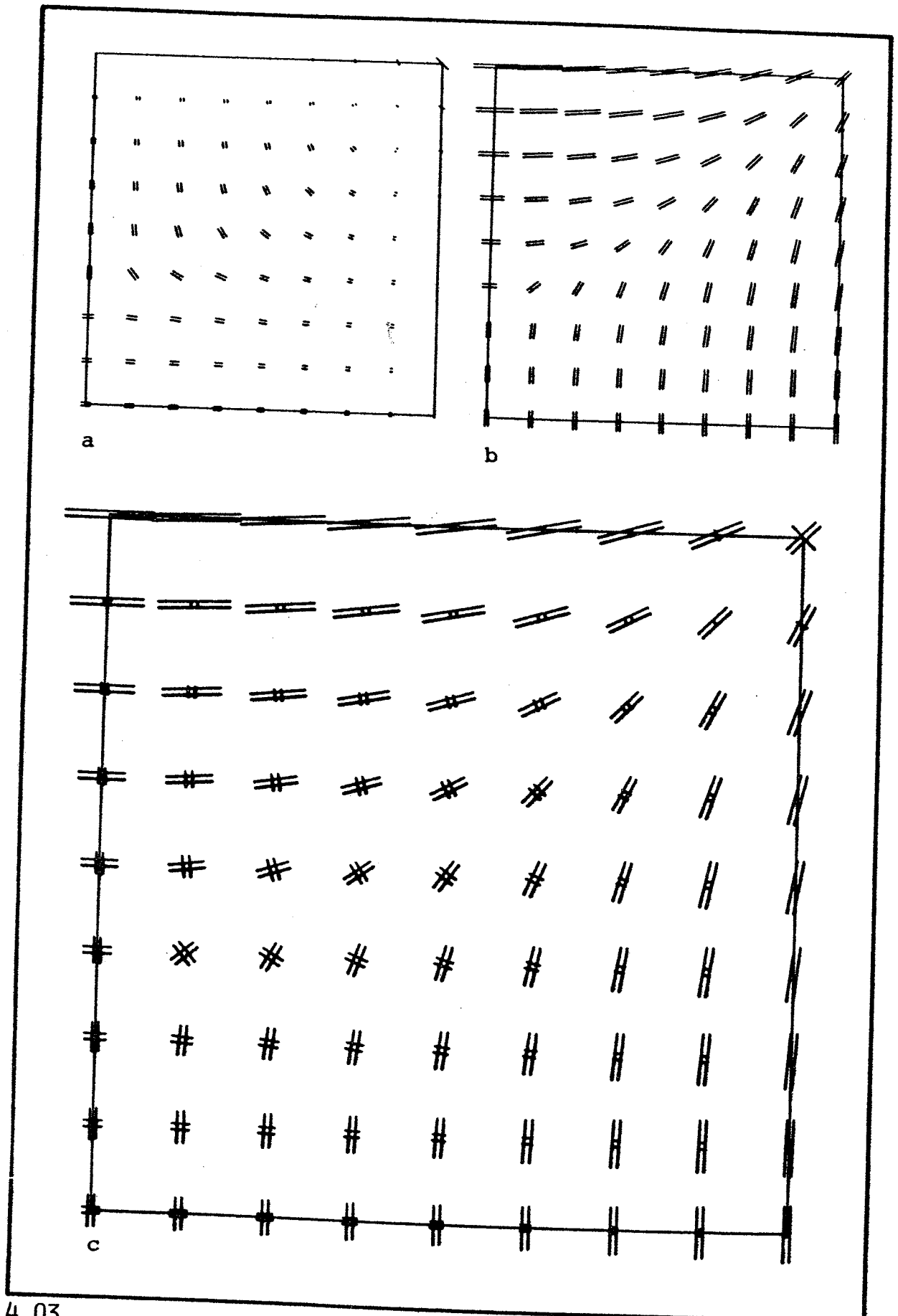
a



b

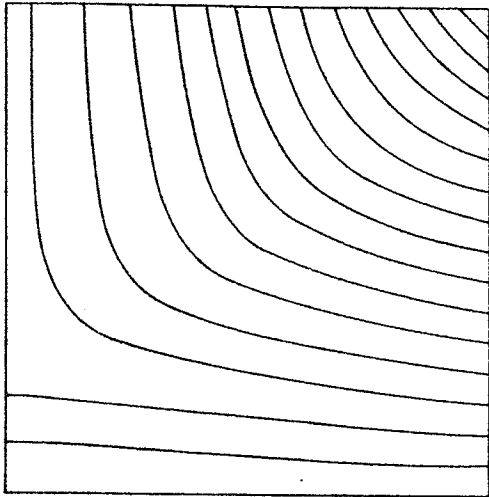


c

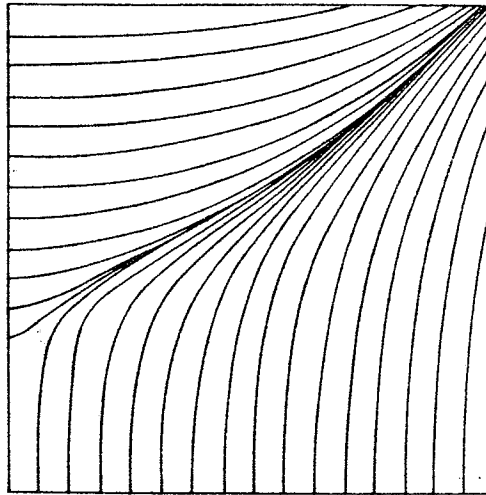


4.03

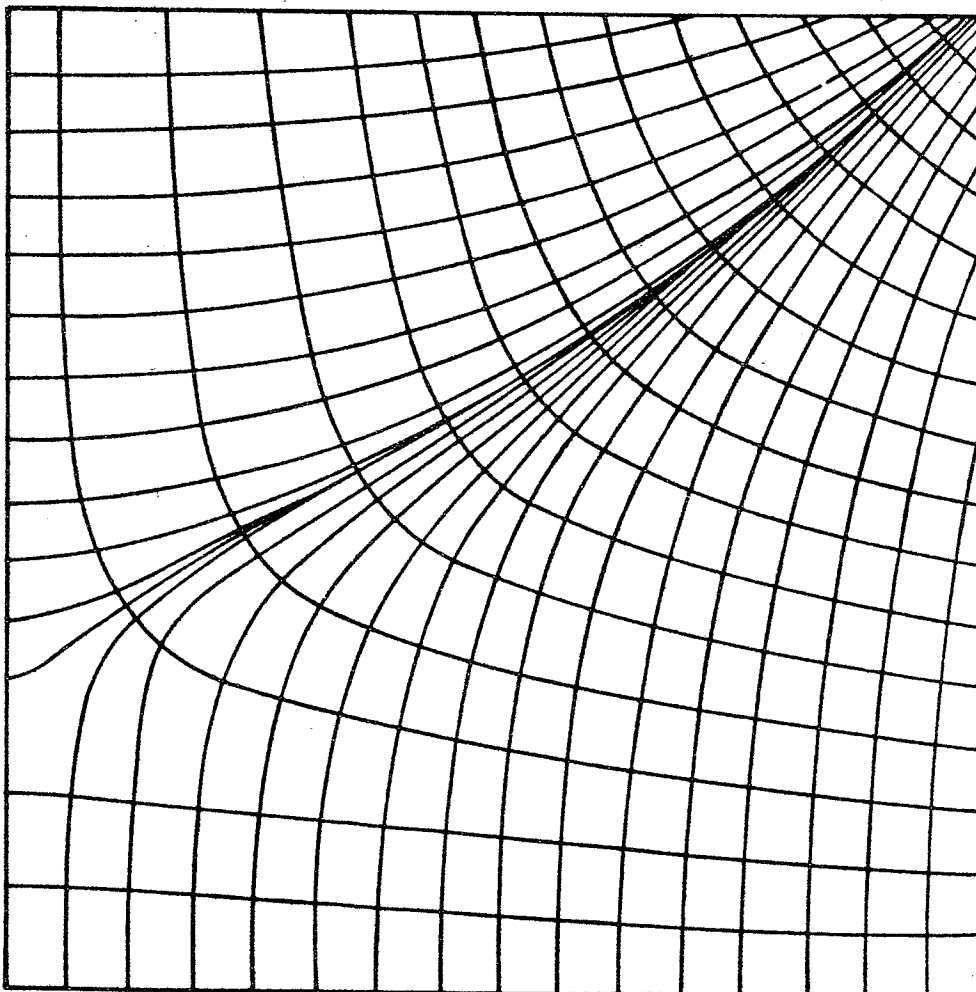
PLADE 1D



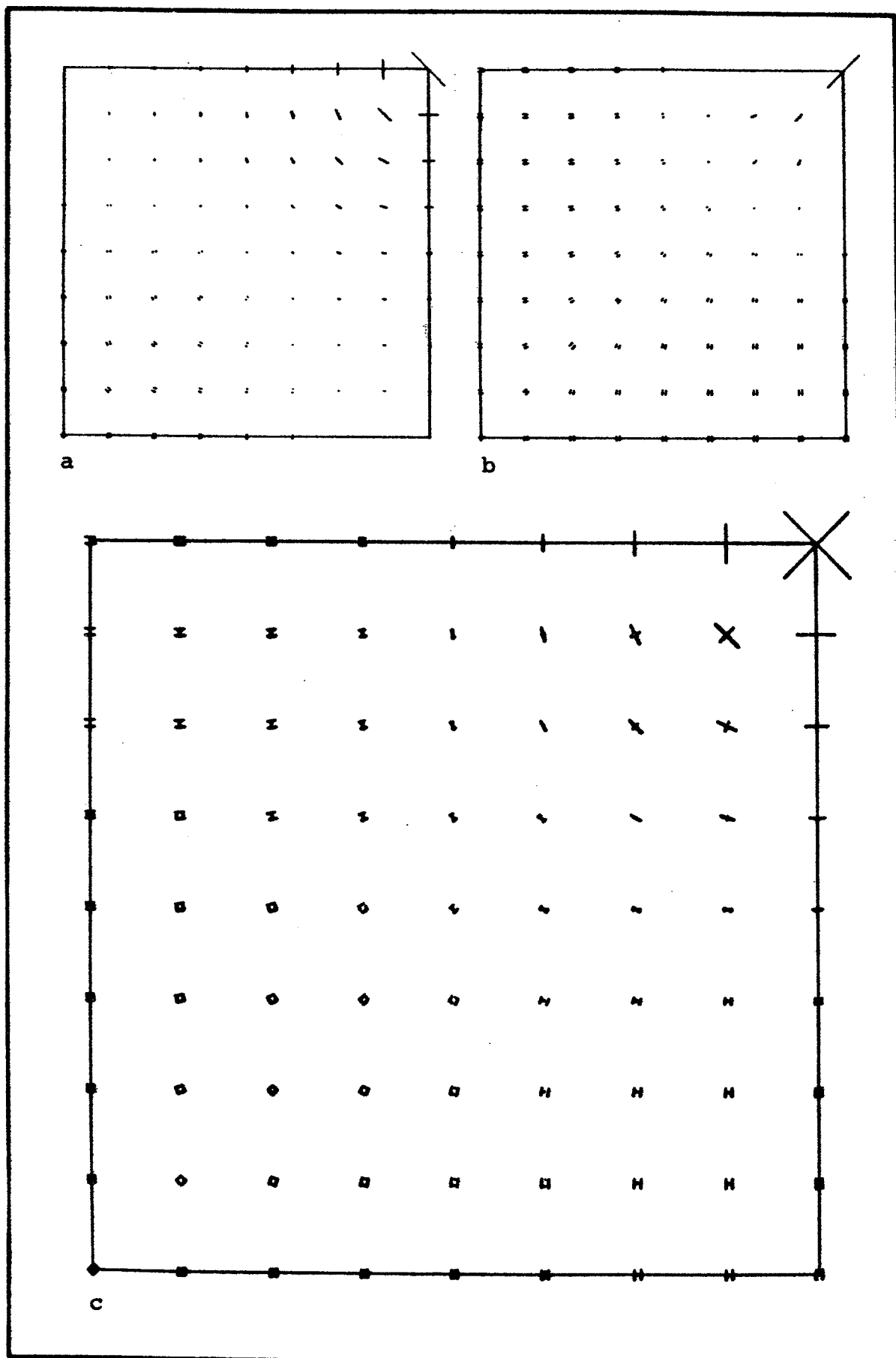
a



b

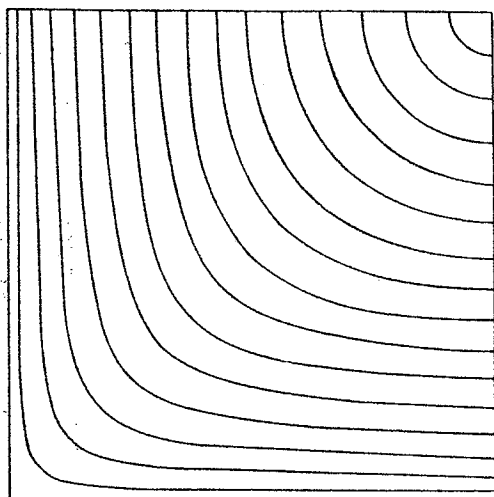


c

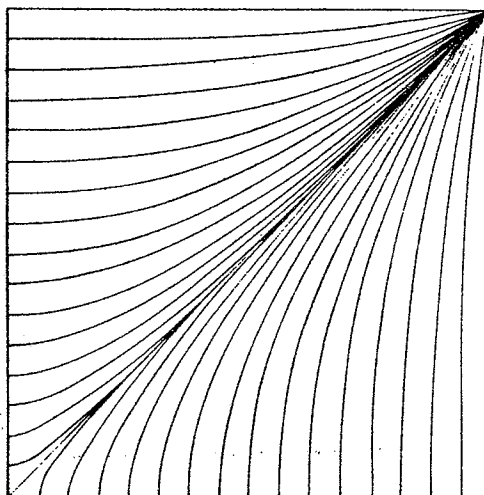


4.05

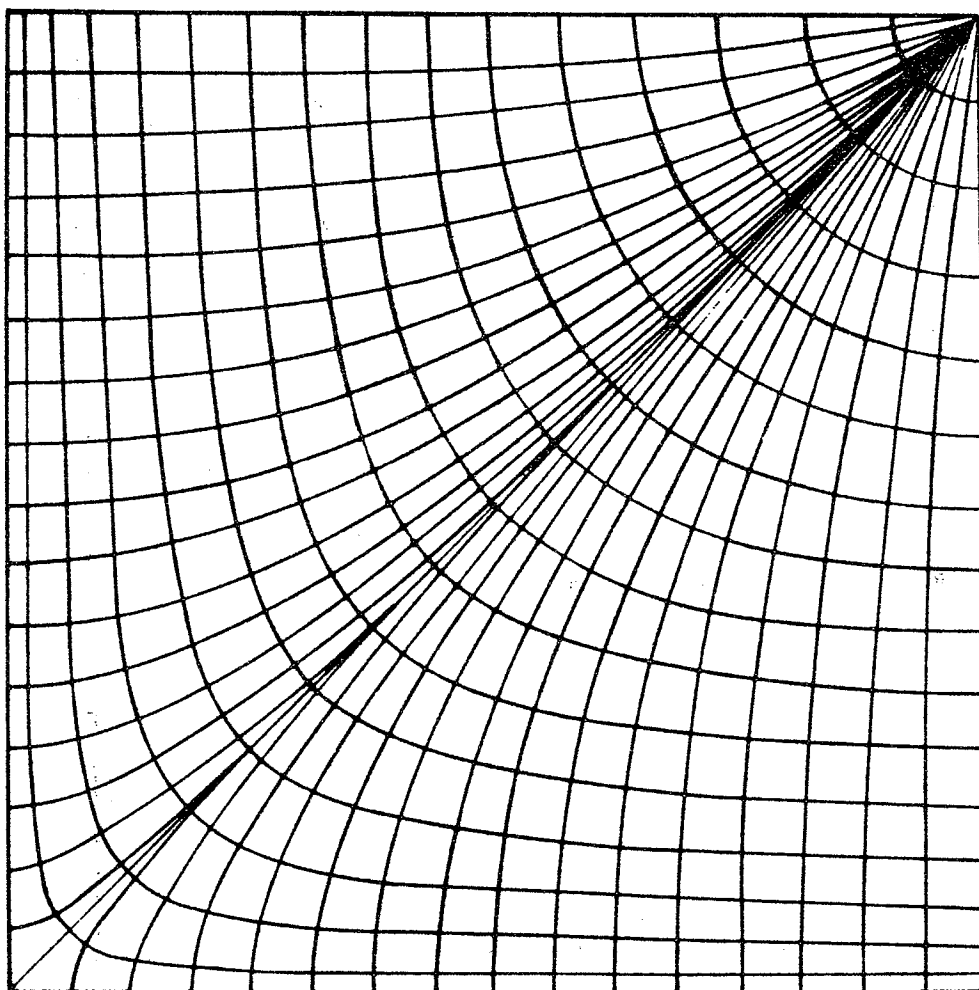
PLADE 2B



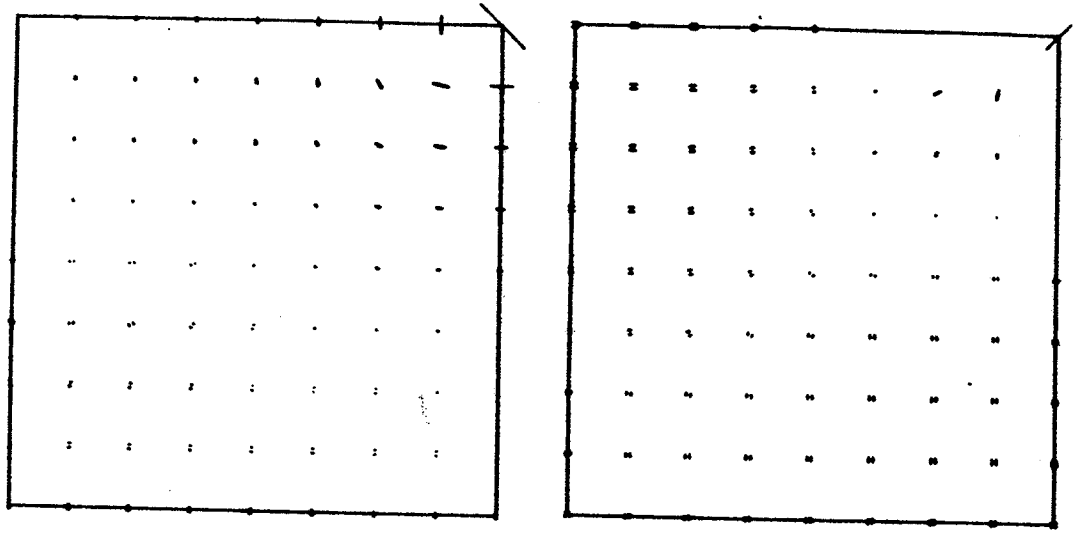
a



b

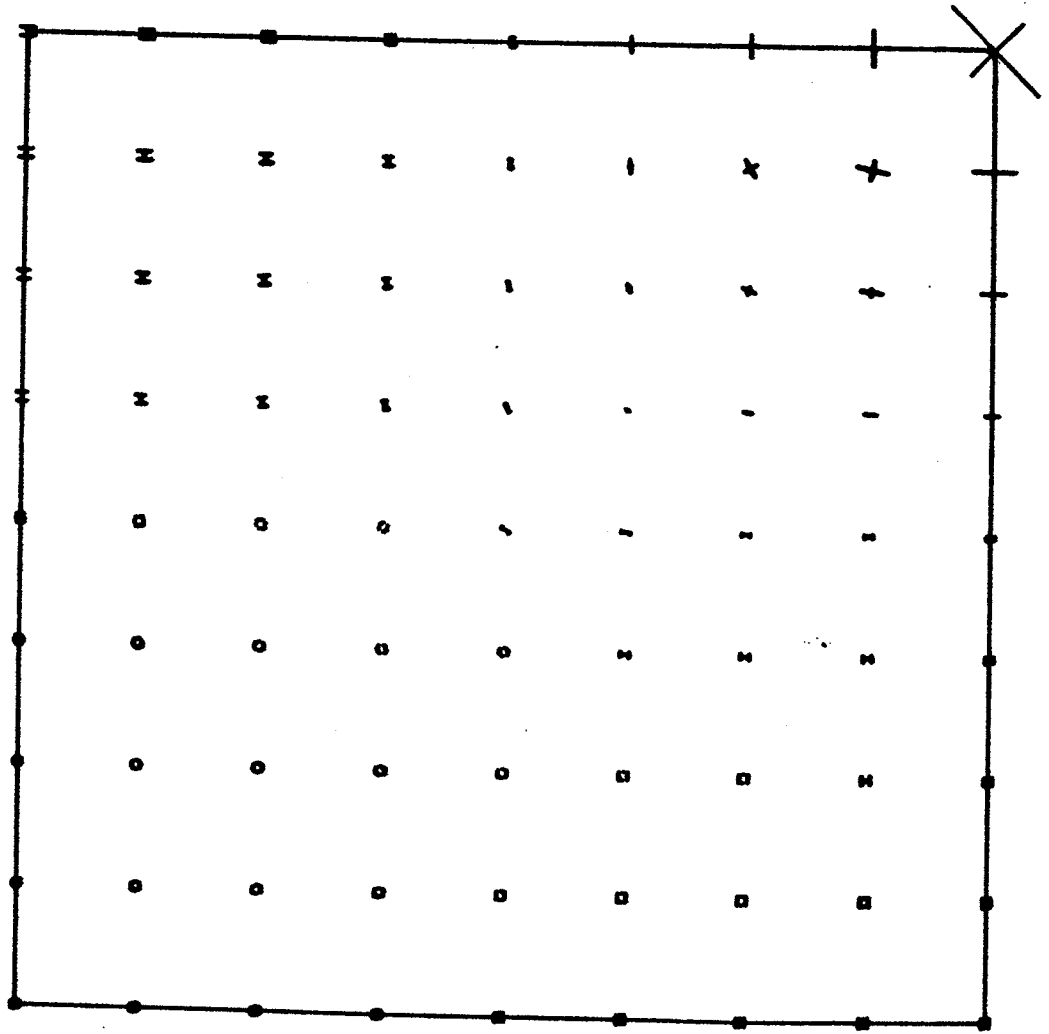


c



a

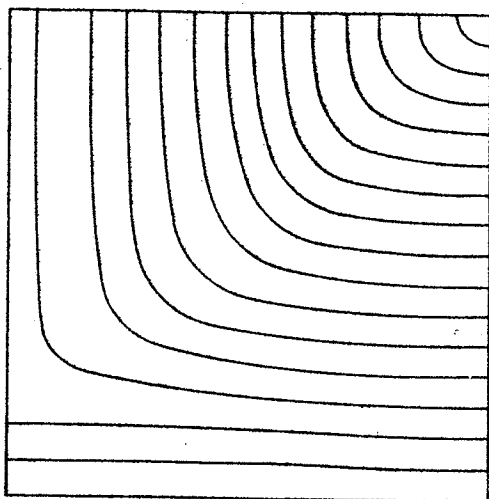
b



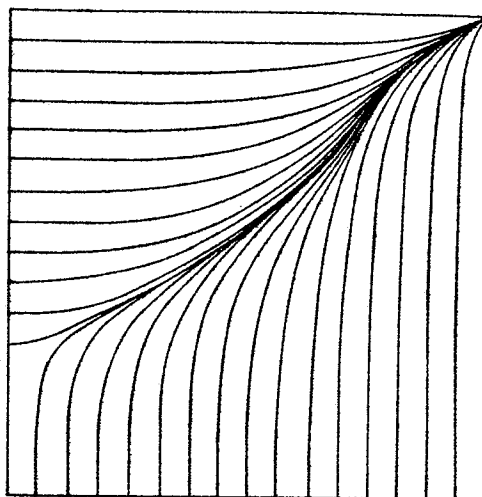
c

4.07

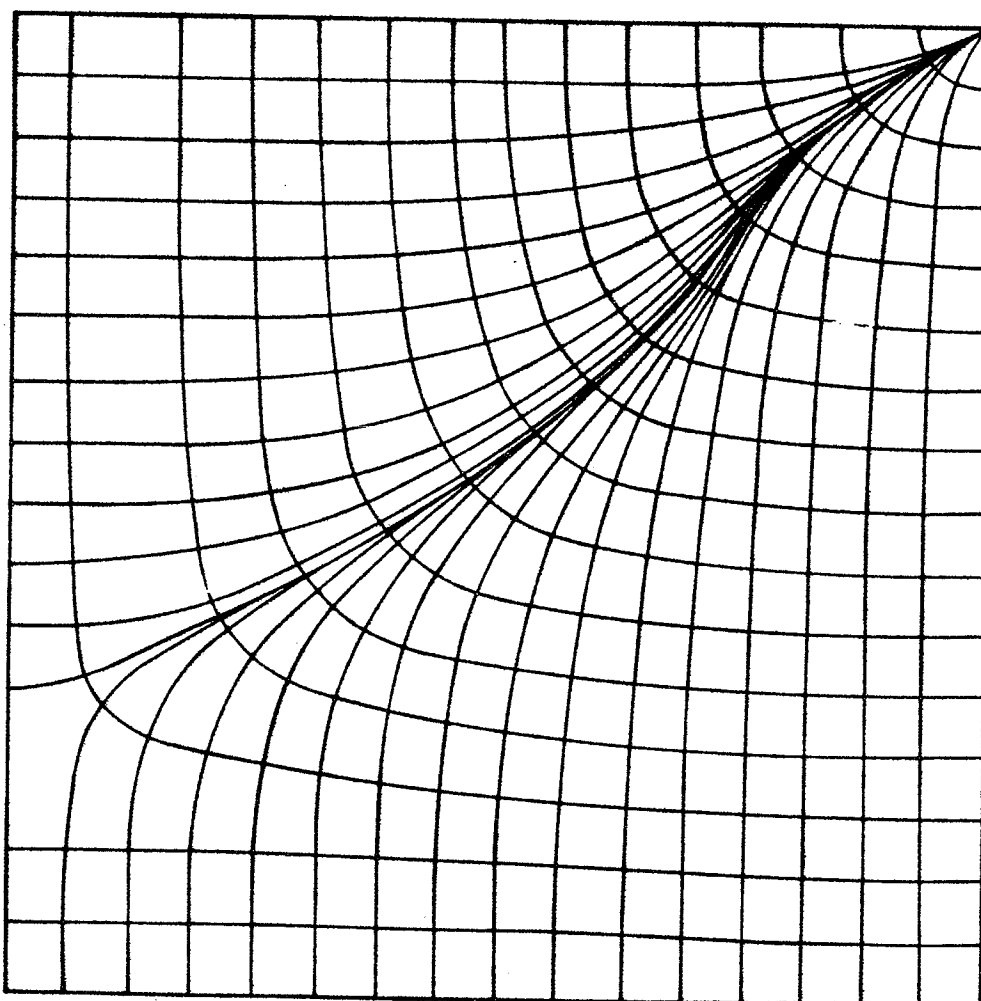
PLADE 2D



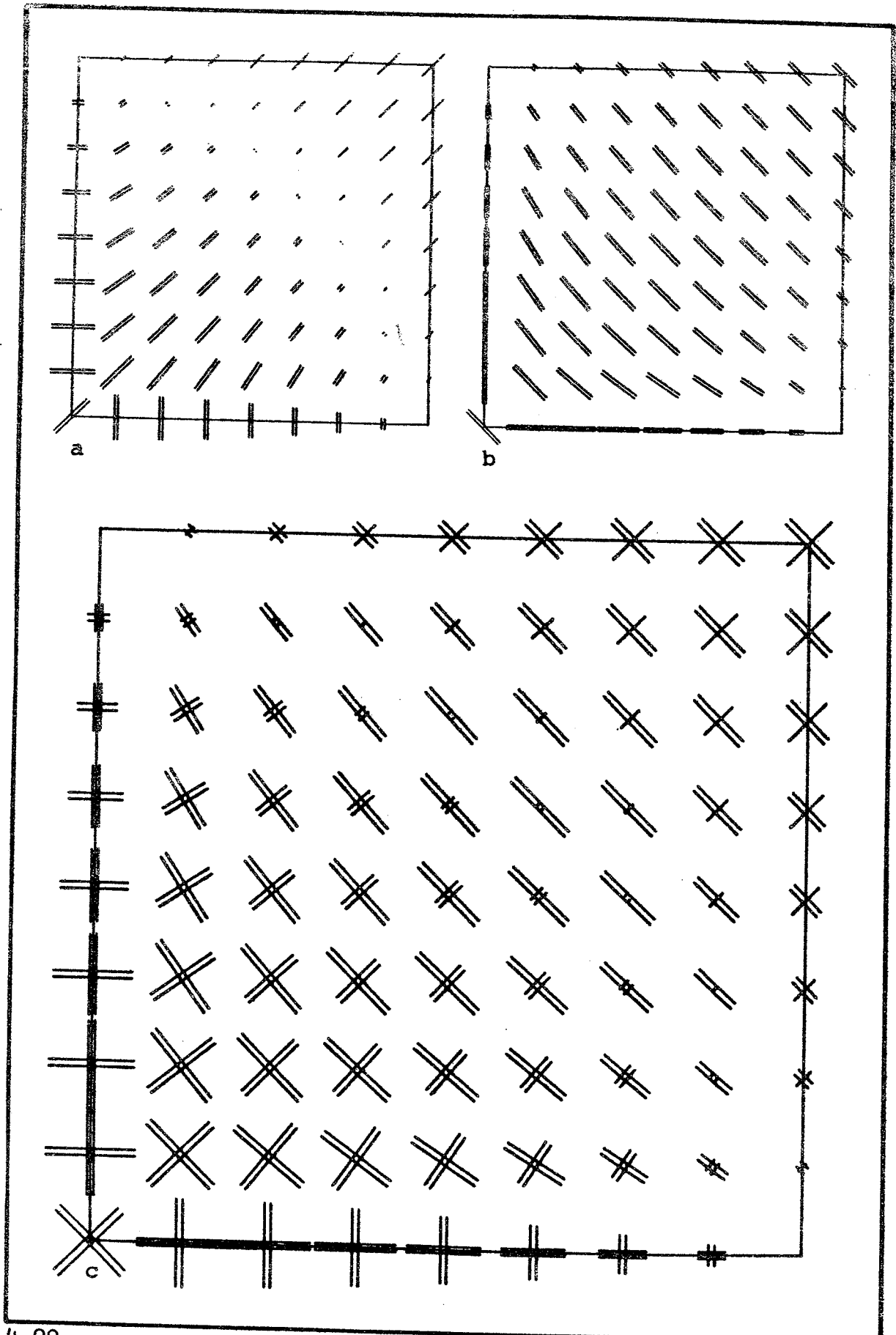
a



b

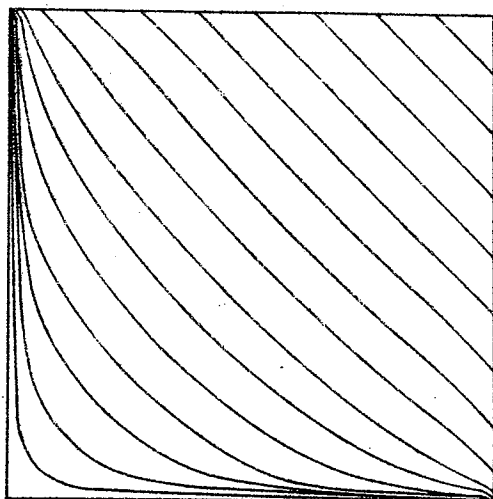


c

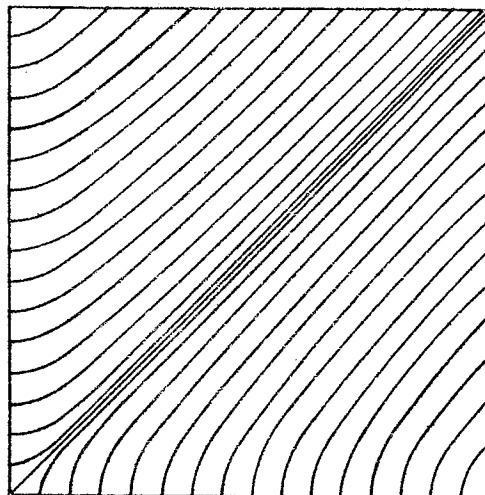


4.09

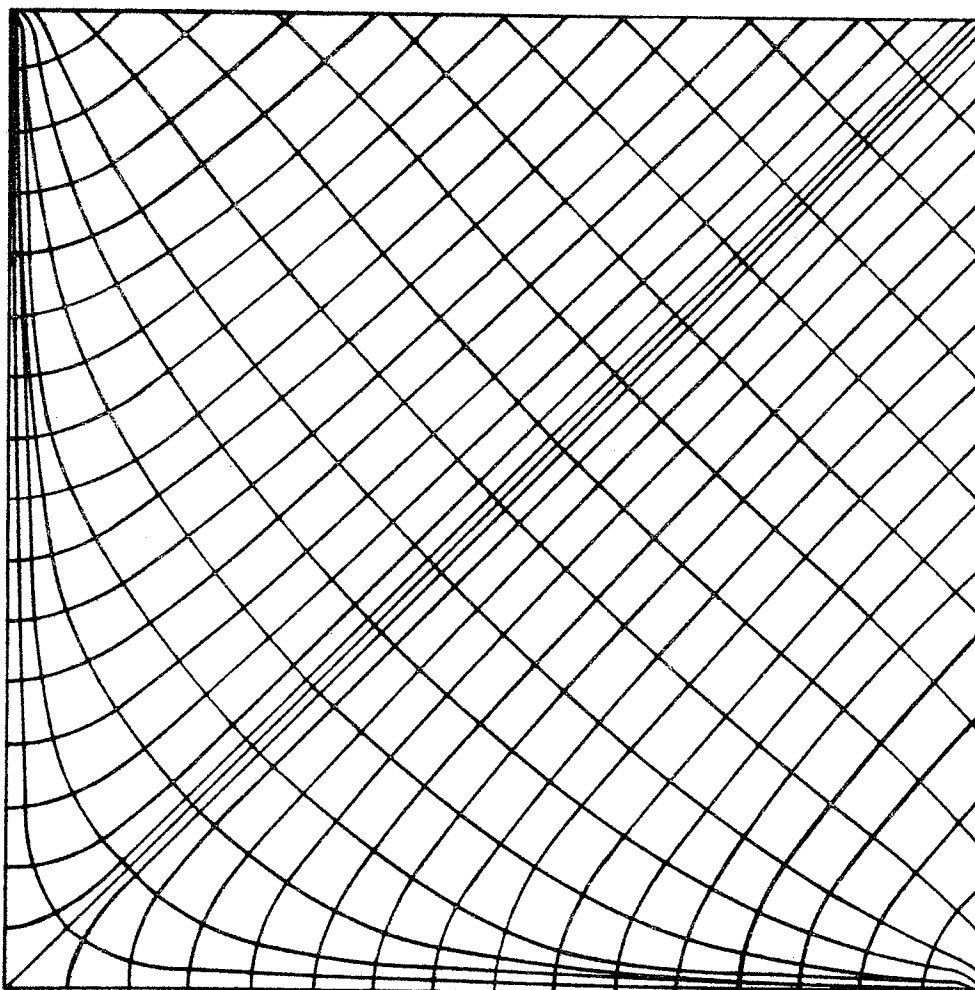
PLADE 3A



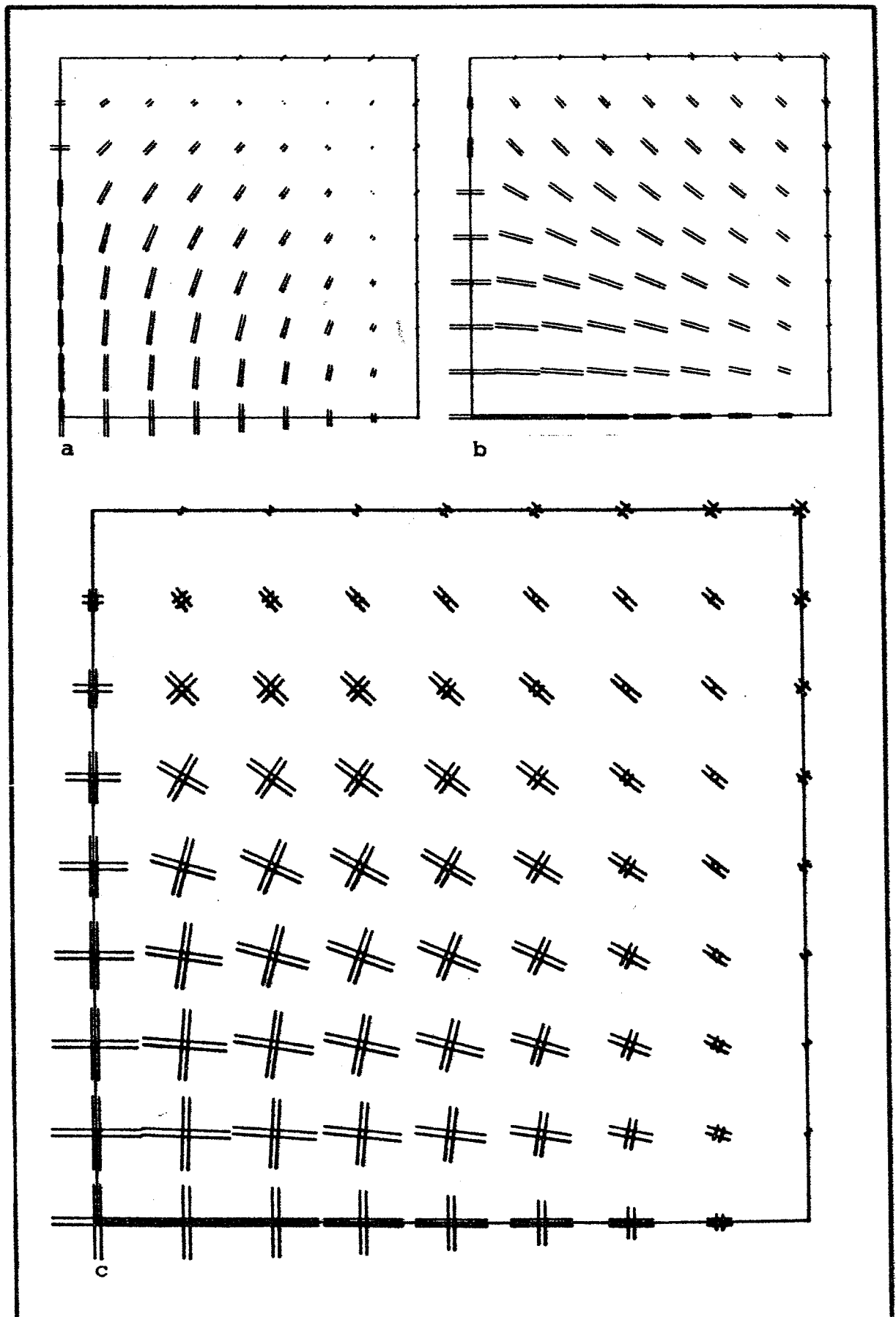
a



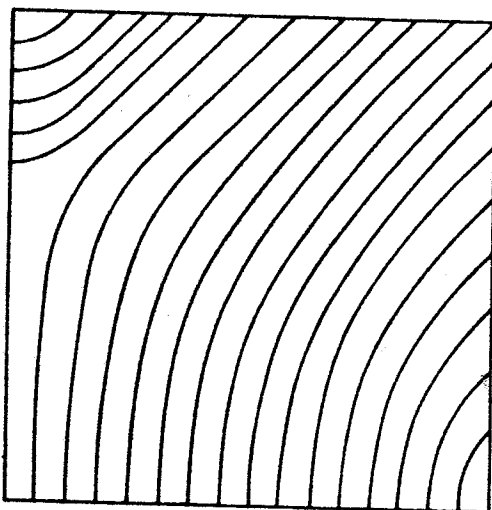
b



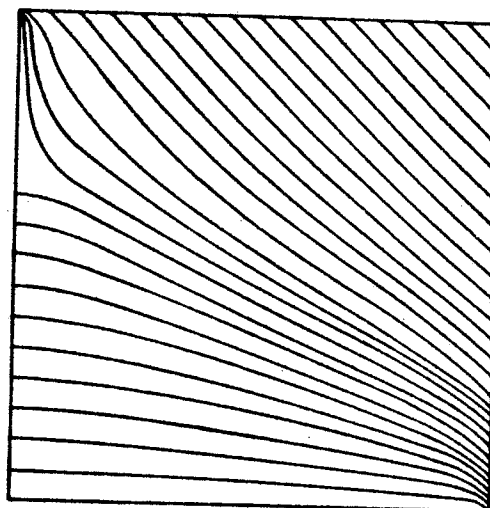
c



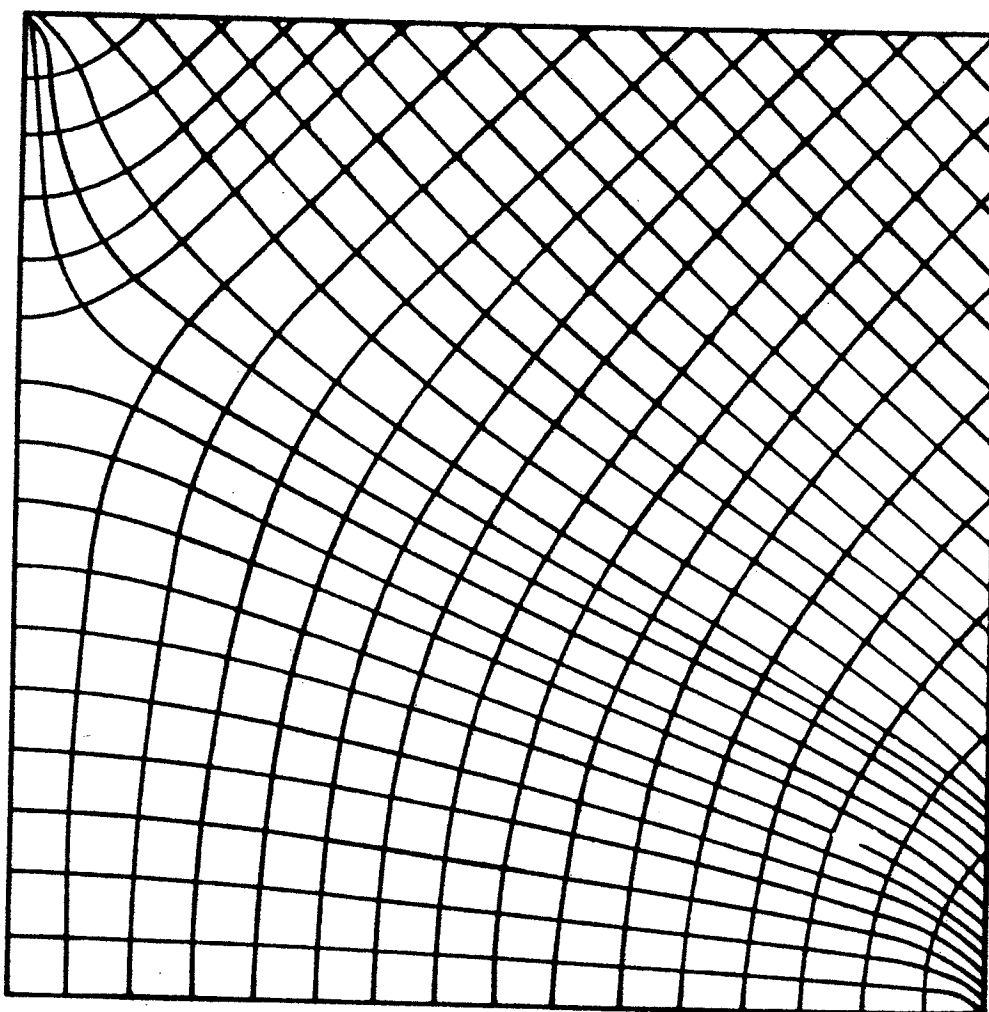
4.11
PLADE 3E



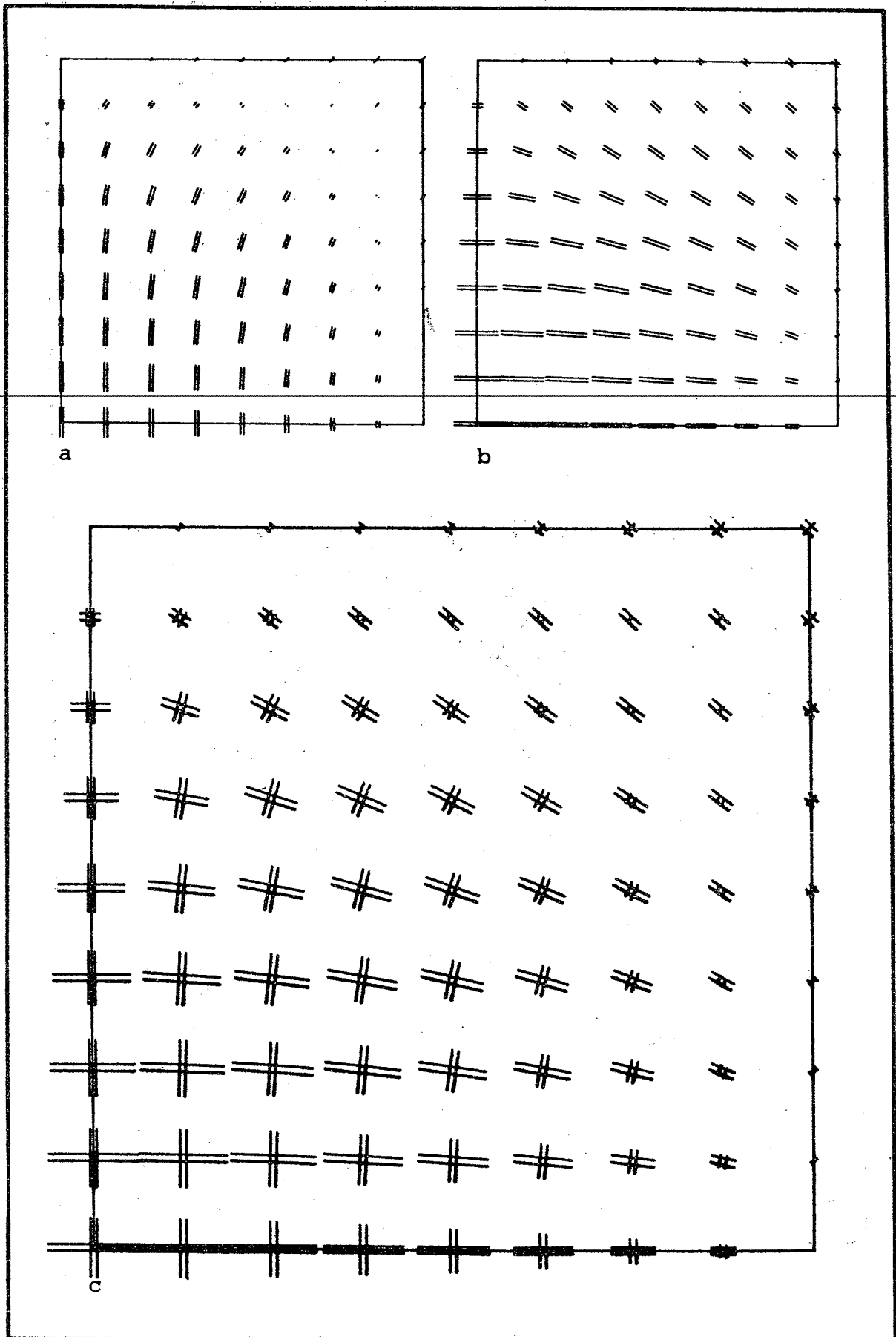
a



b

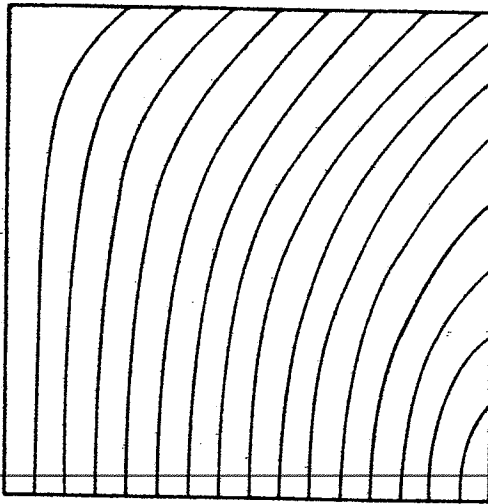


c

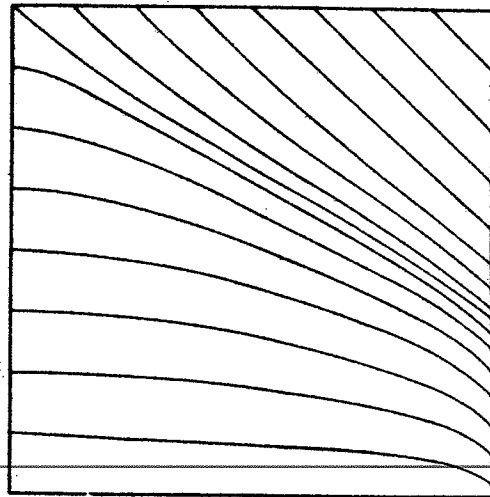


4.13

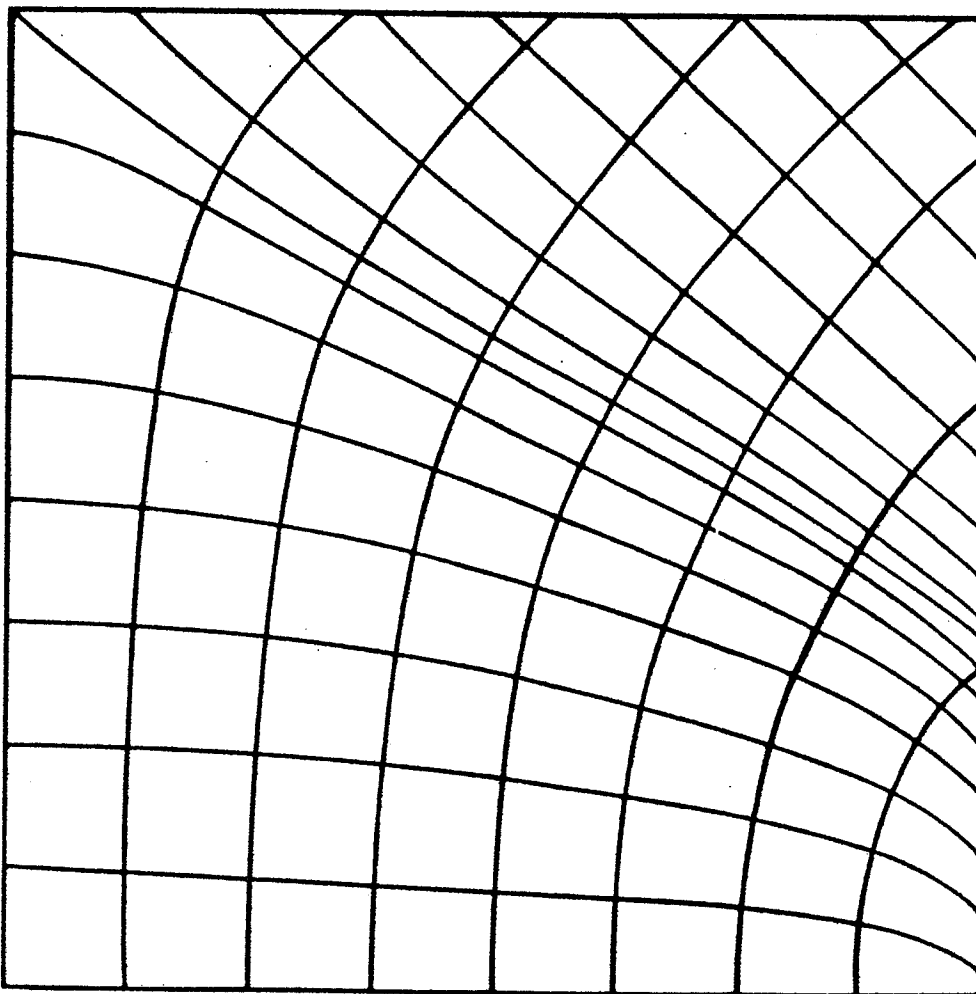
PLADE 3G



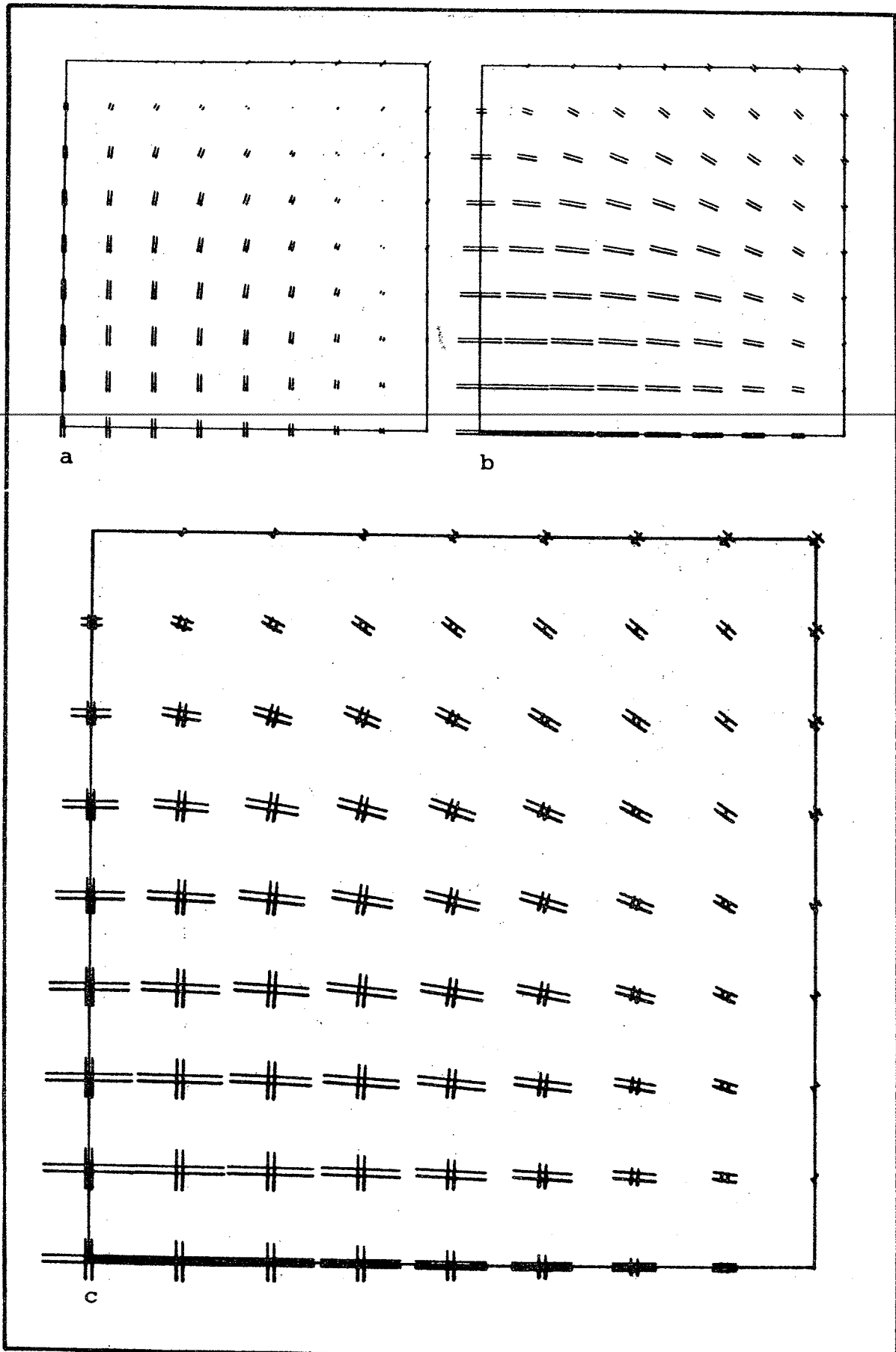
a



b

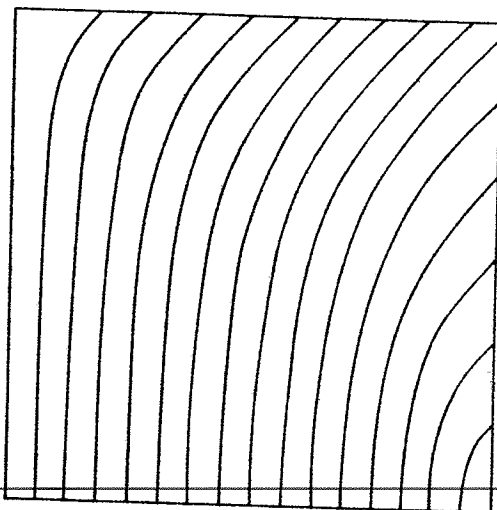


c

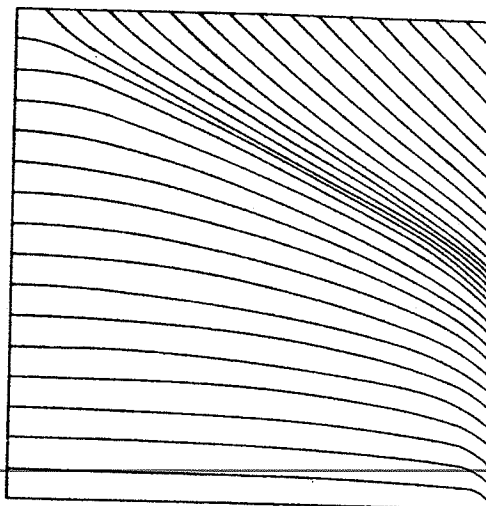


4.15

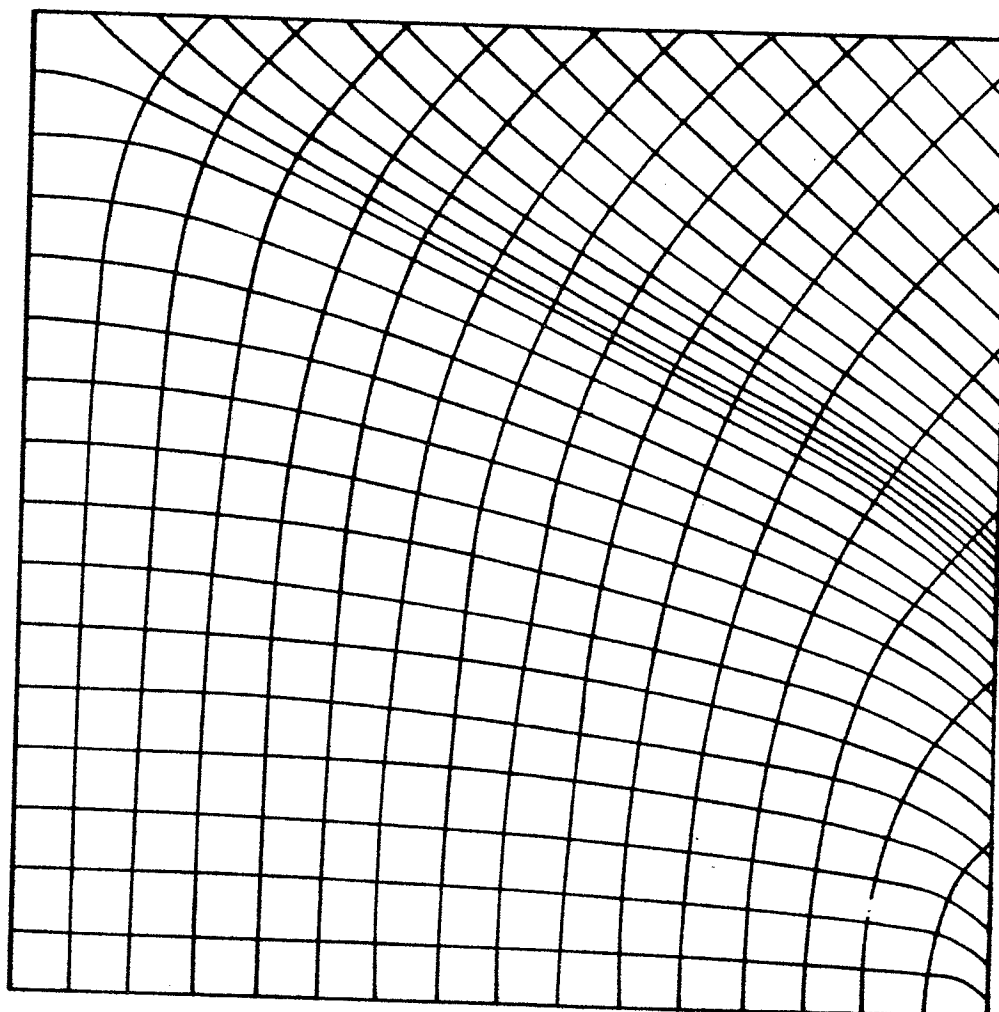
PALDE 31



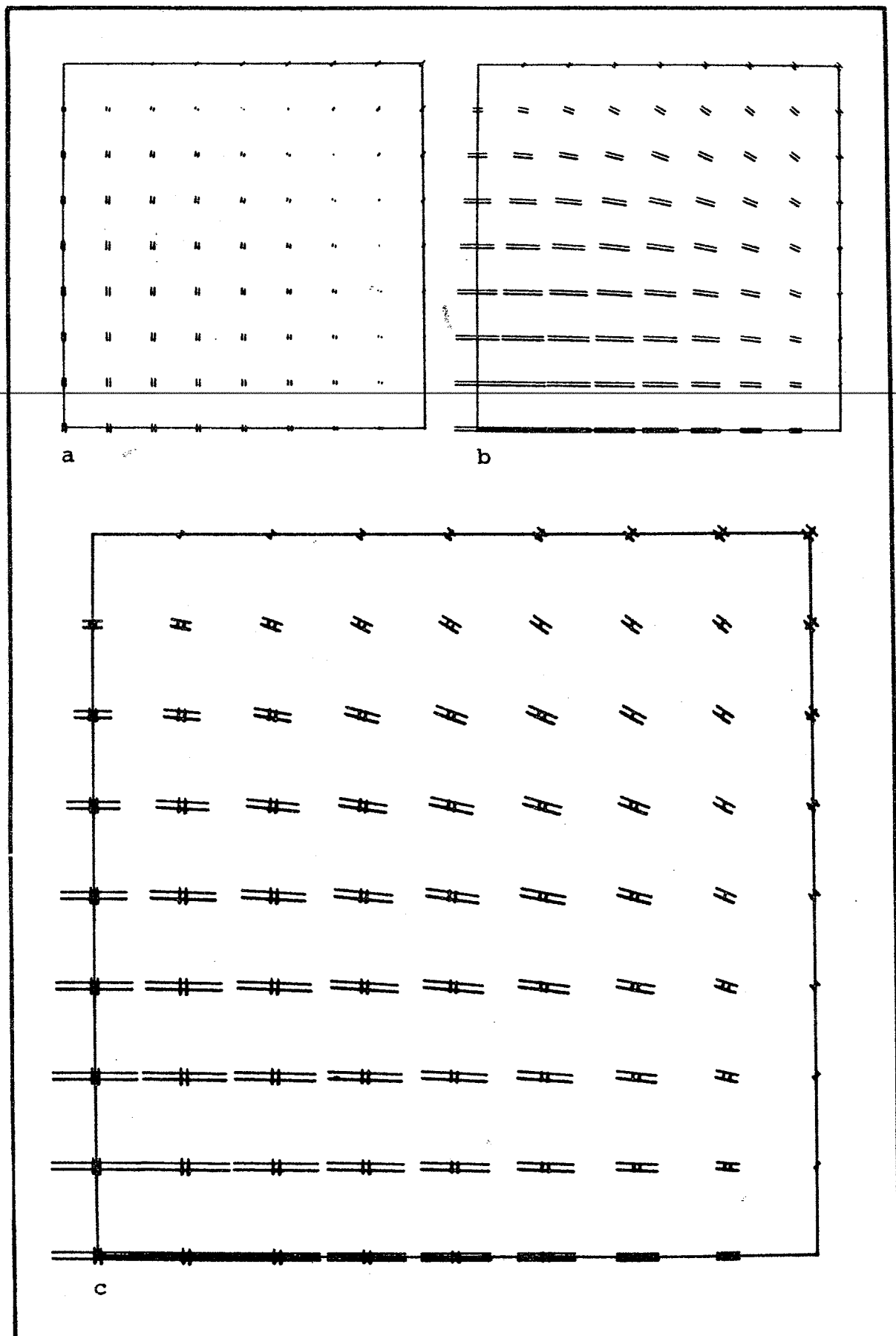
a



b

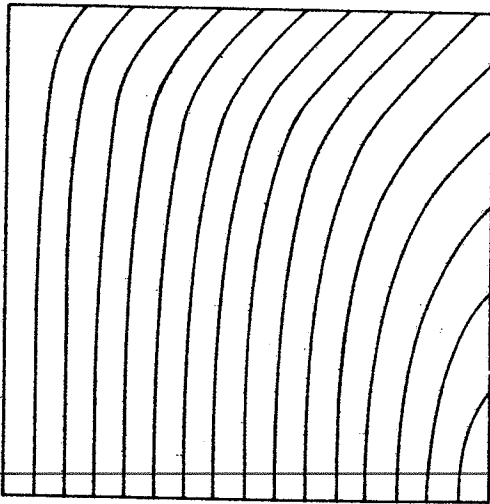


c

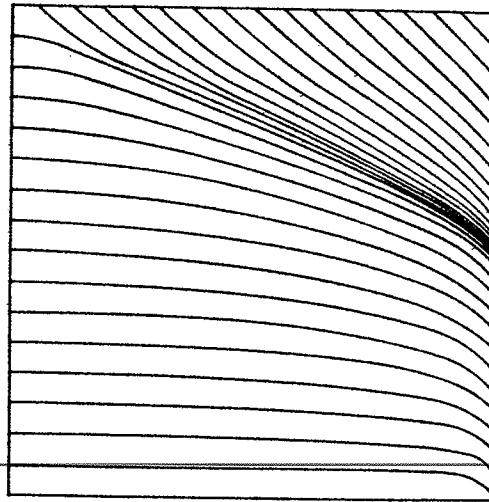


4.17

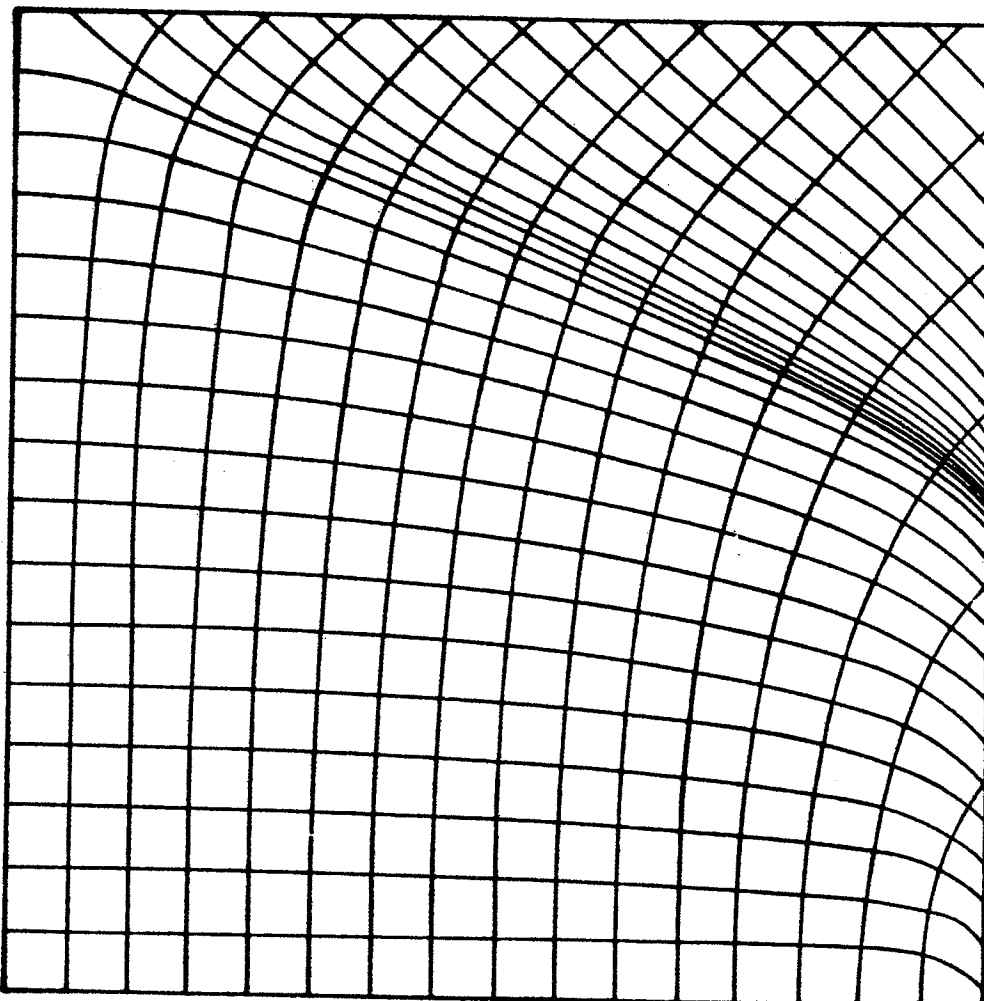
PLADE 3K



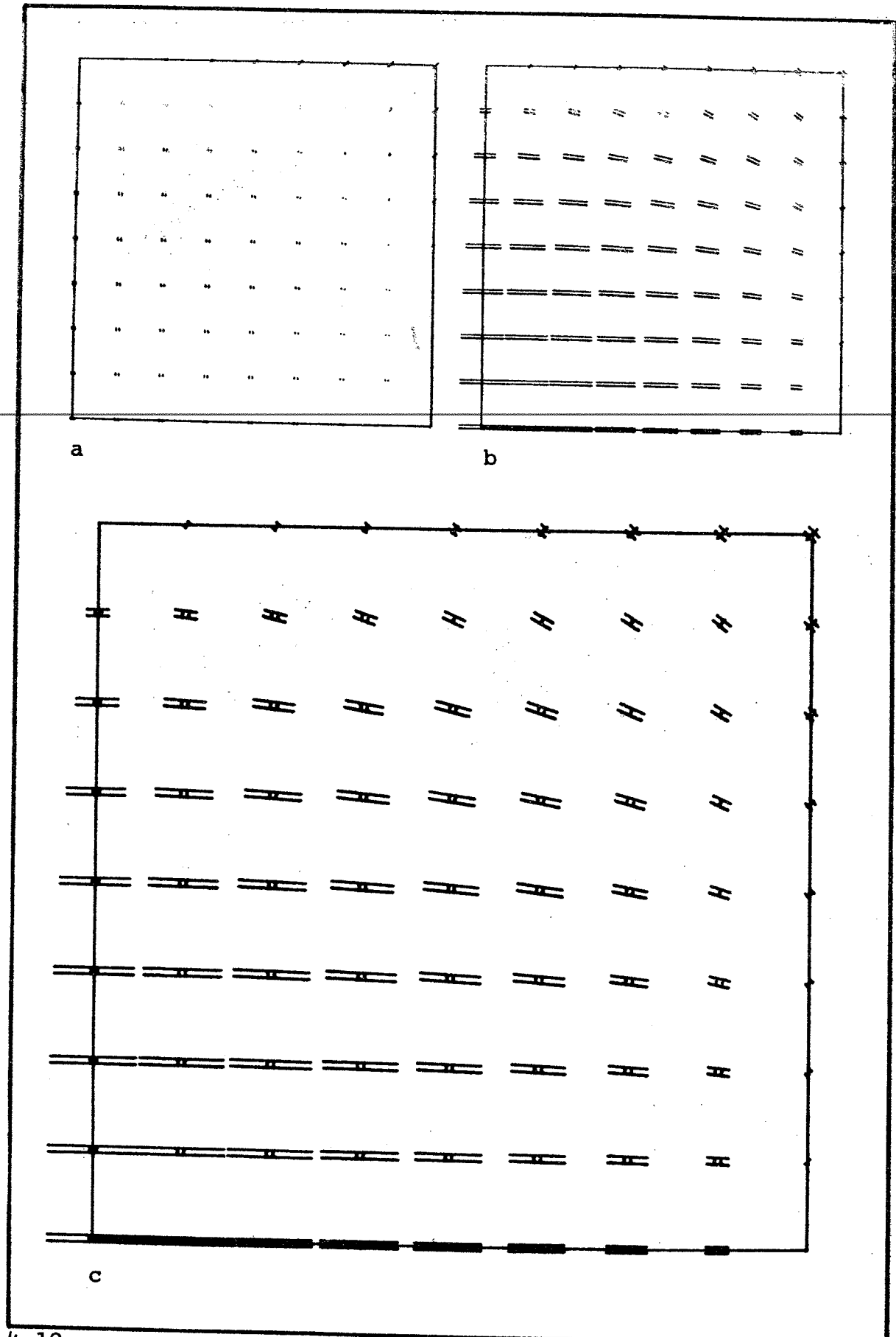
a



b

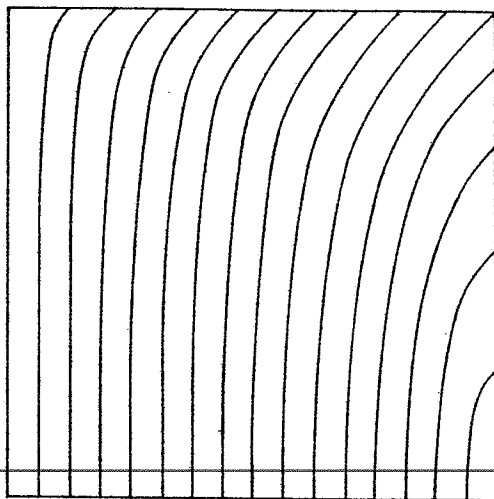


c

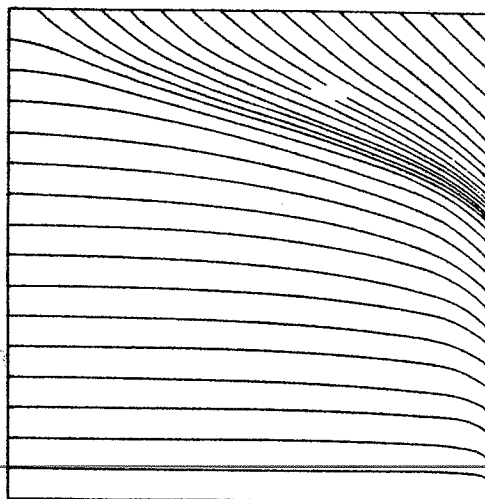


4.19

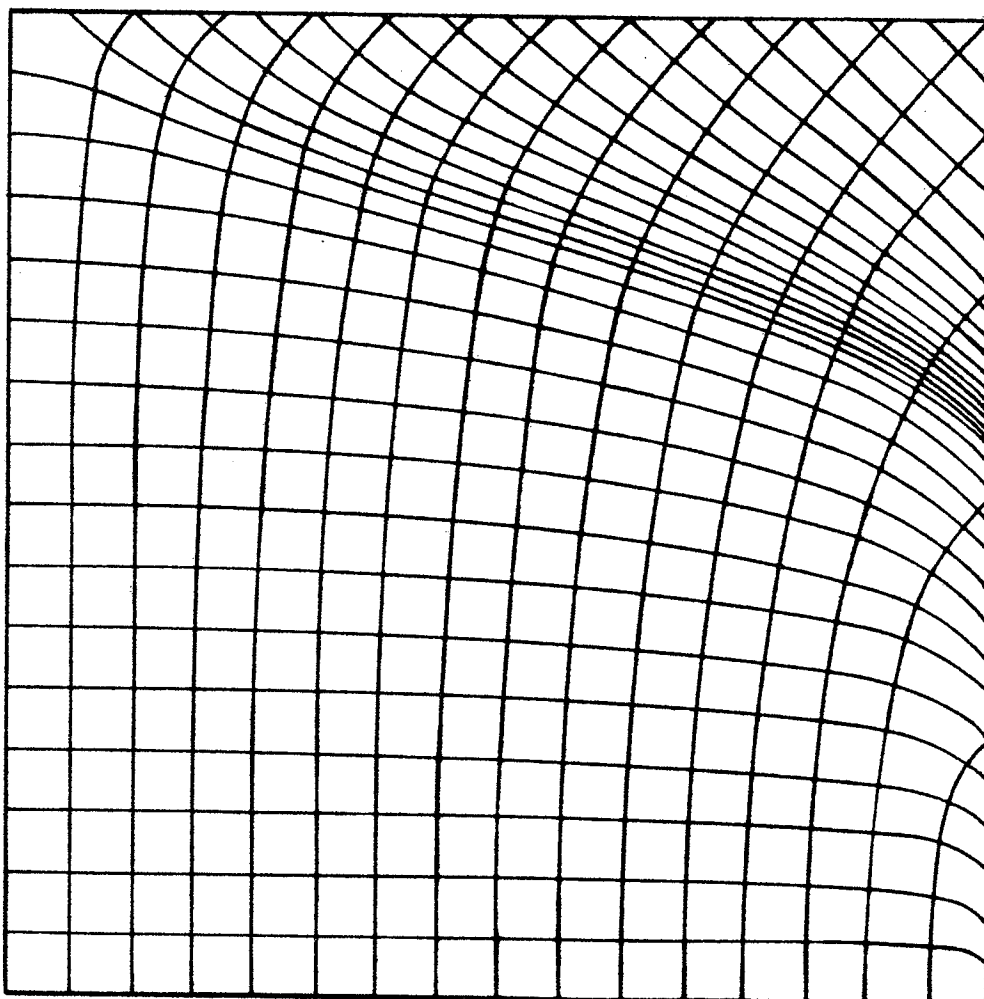
PLADE 3M



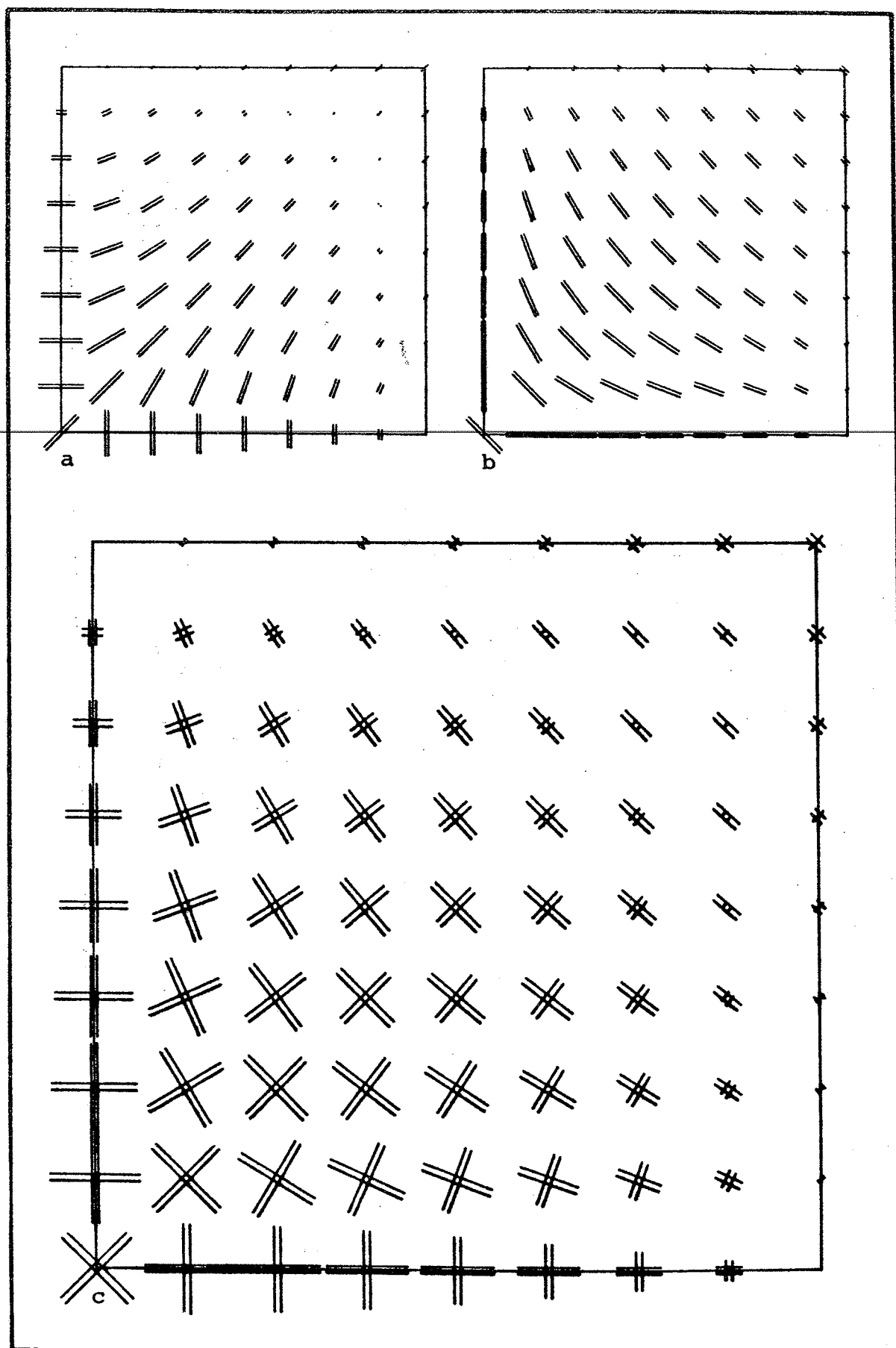
a



b

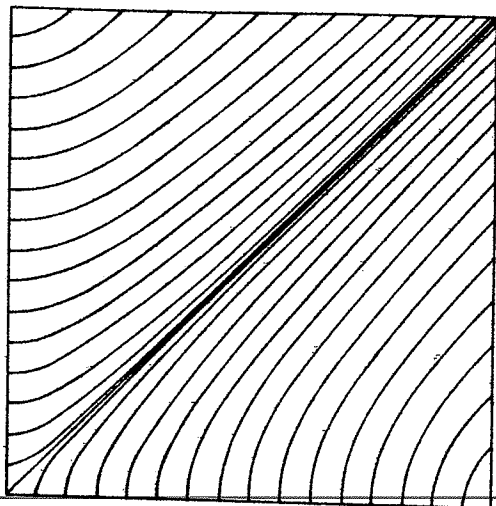


c

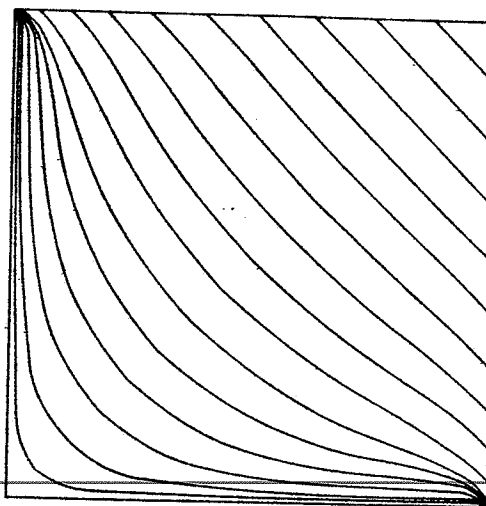


4.21

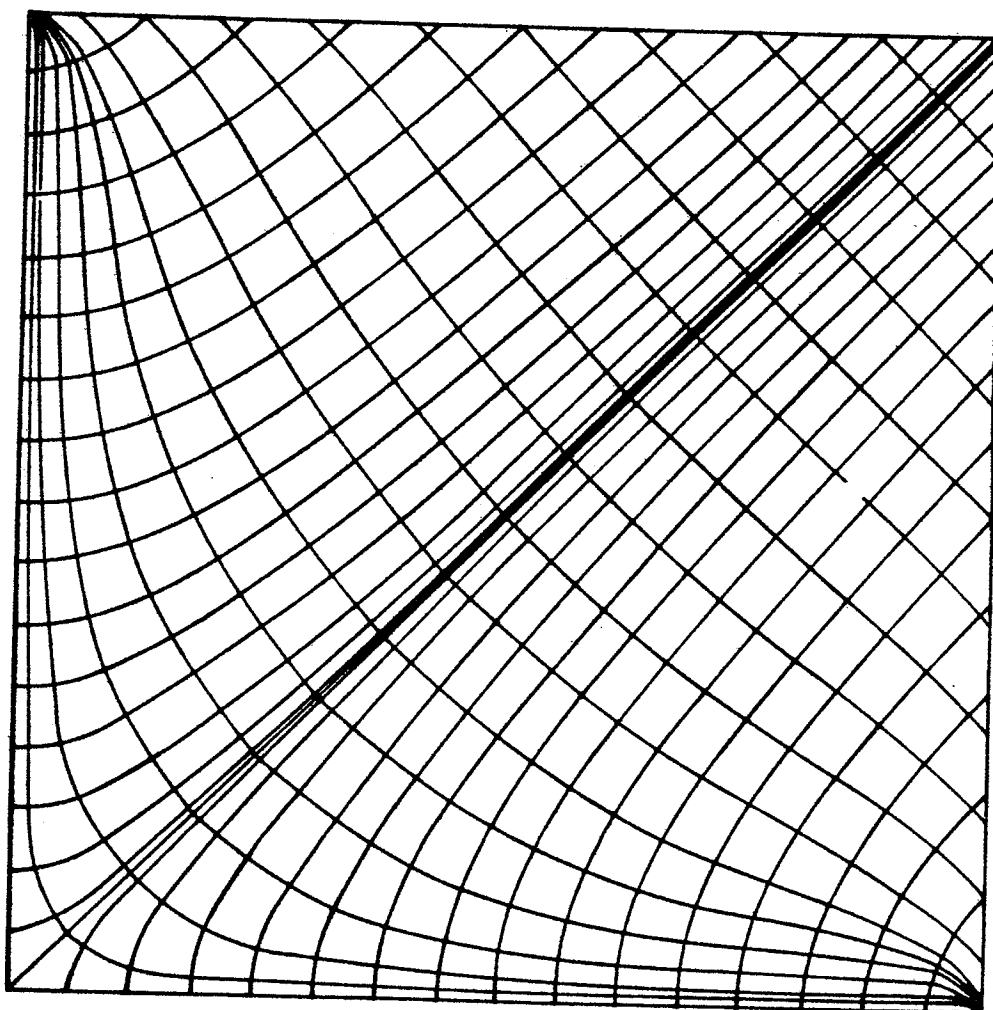
PLADE 30



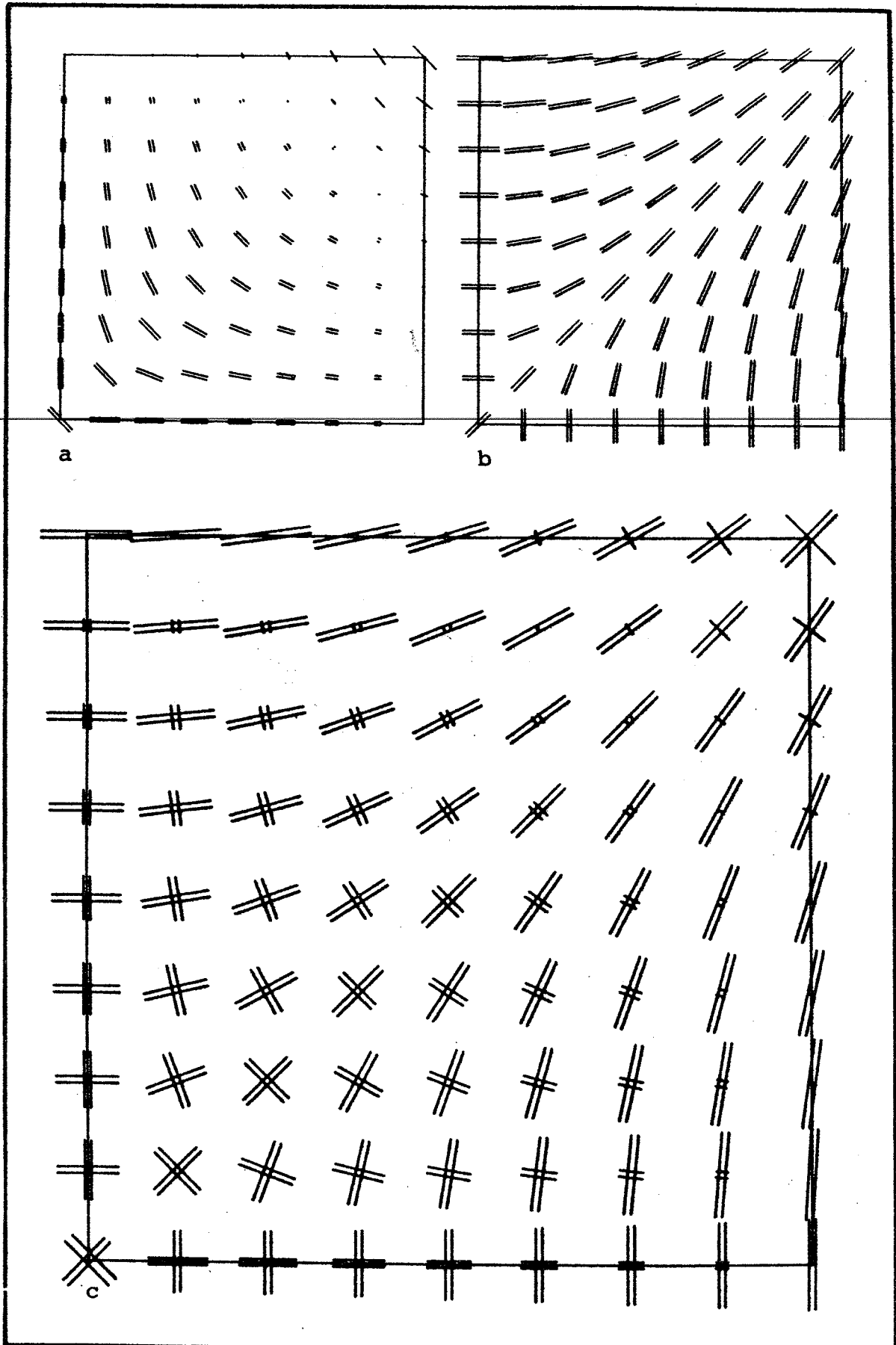
a



b

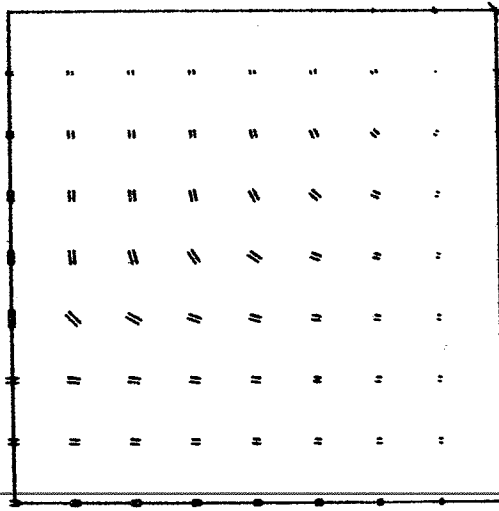


c

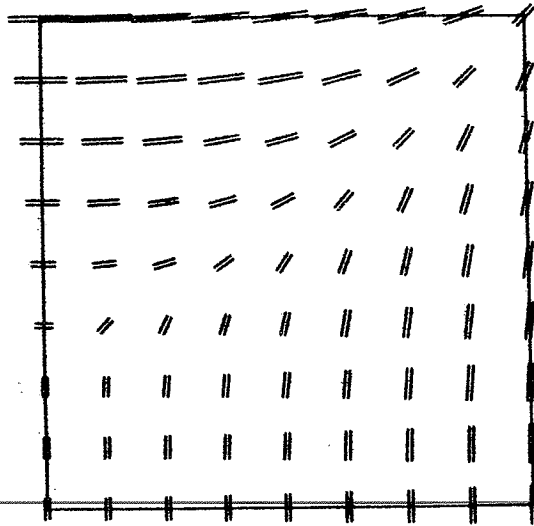


4.23

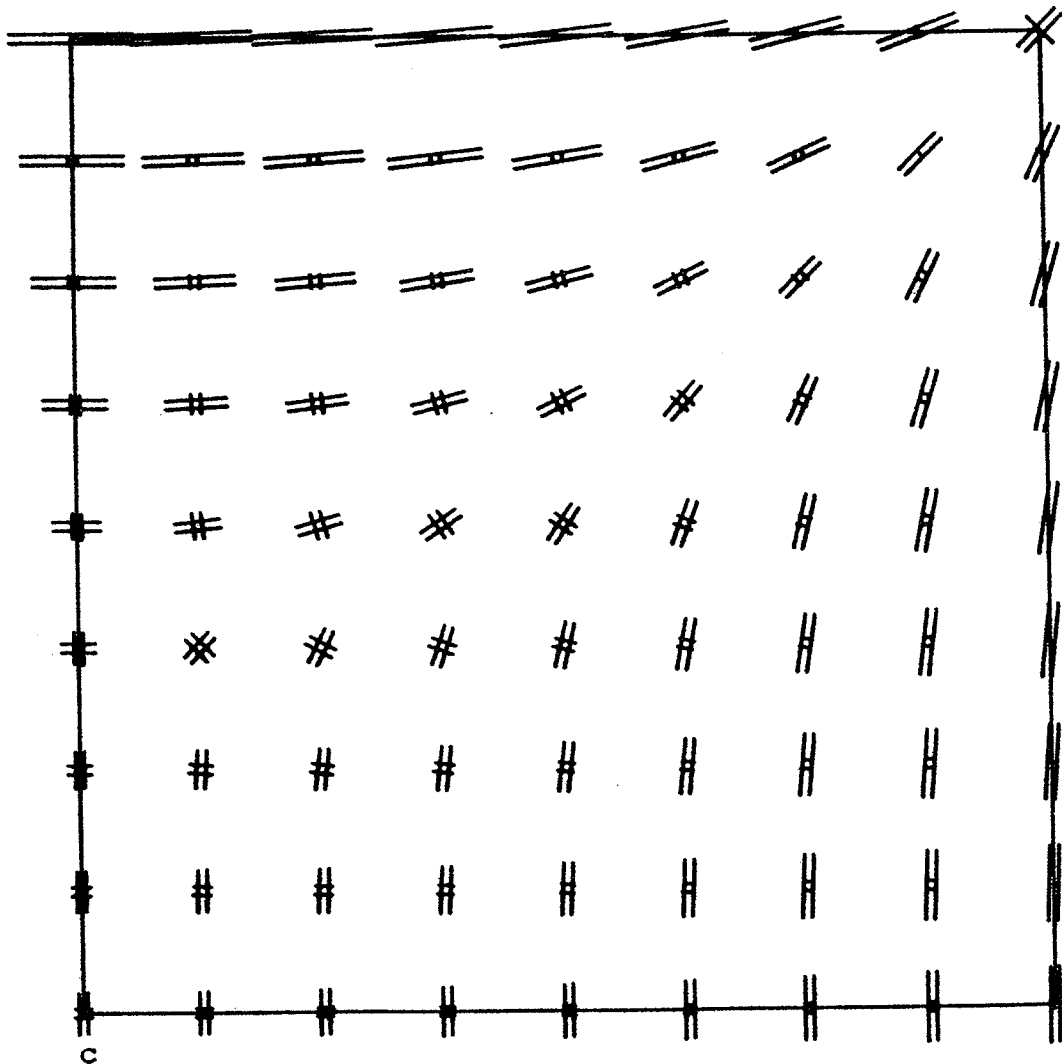
PLADE 1B



a



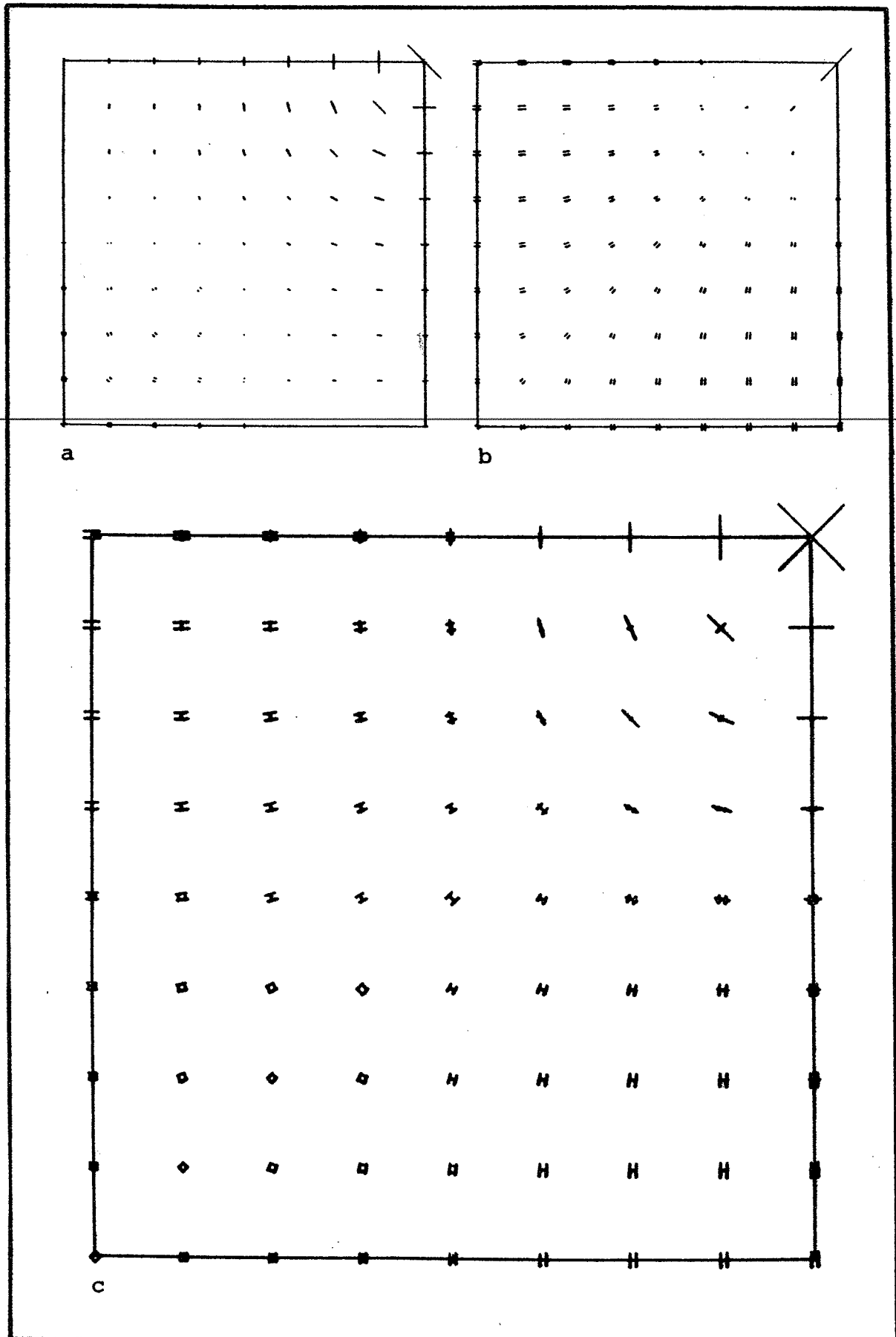
b



c

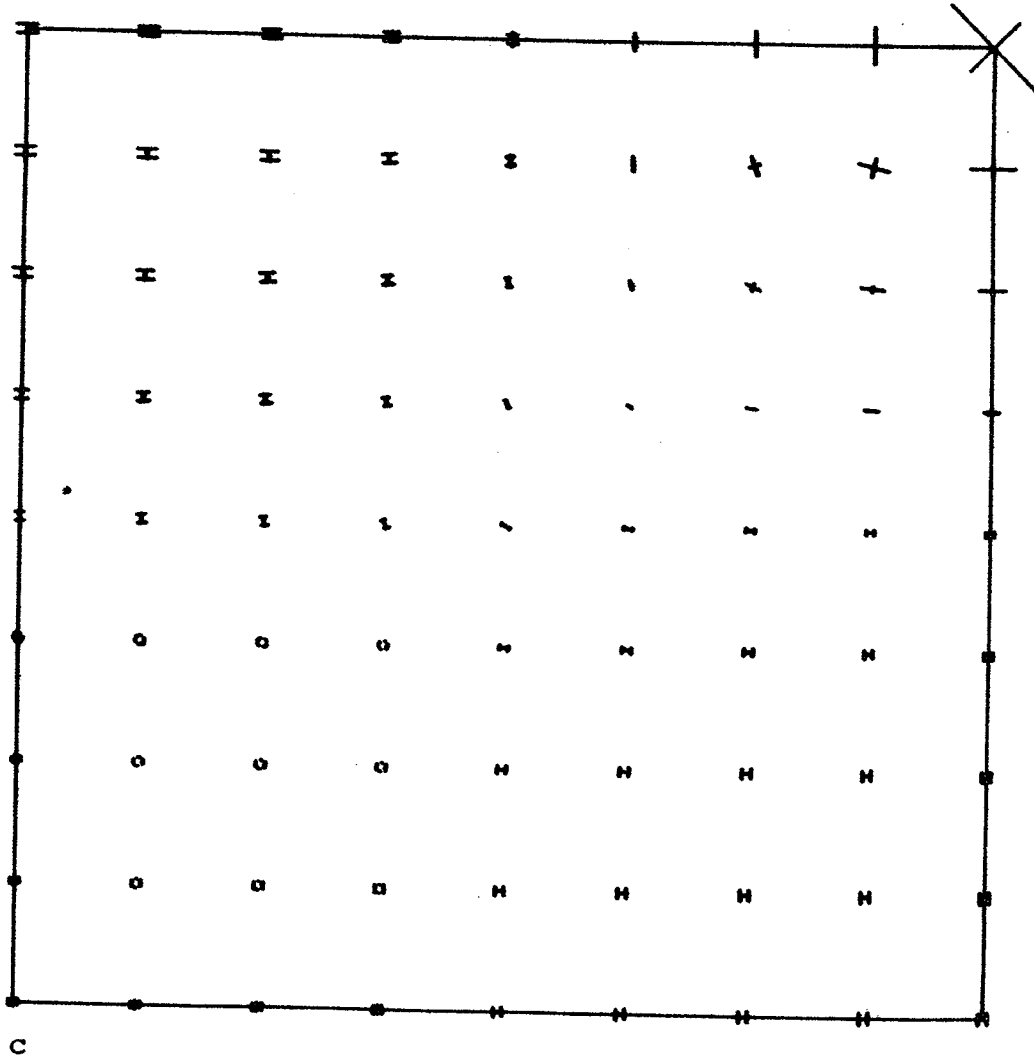
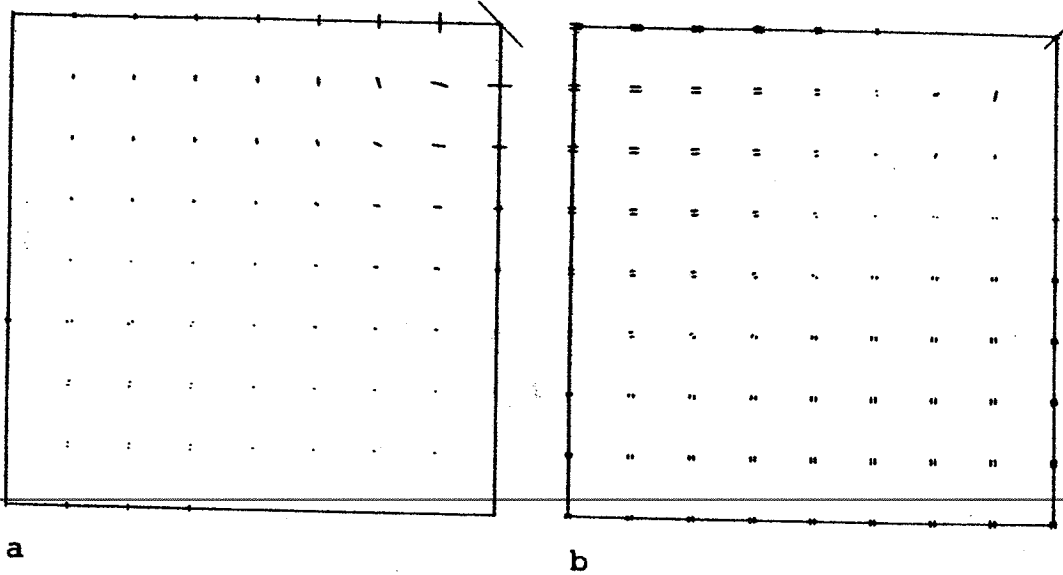
4.24

PLADE 1C



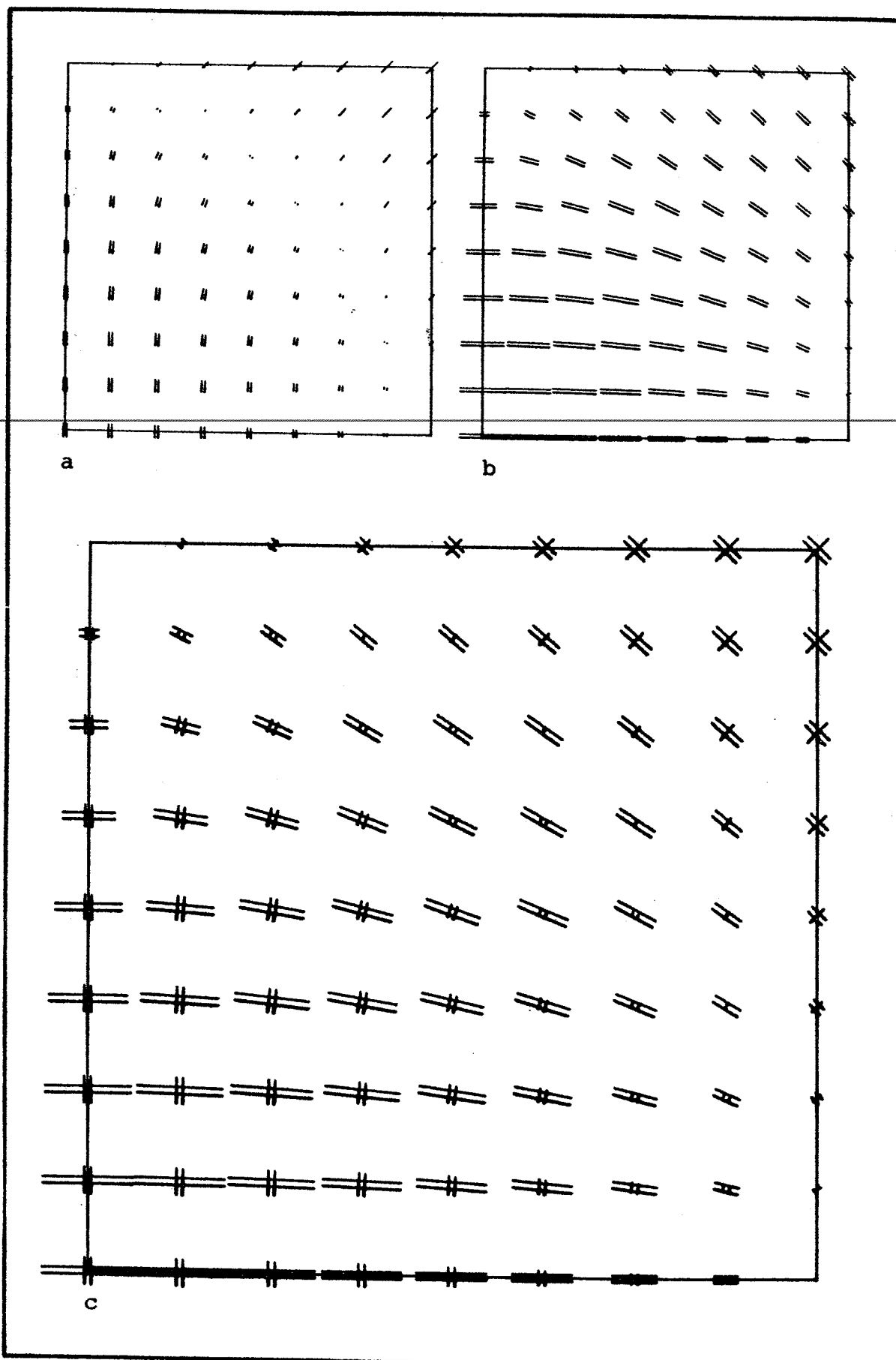
4.25

PLADE 2A



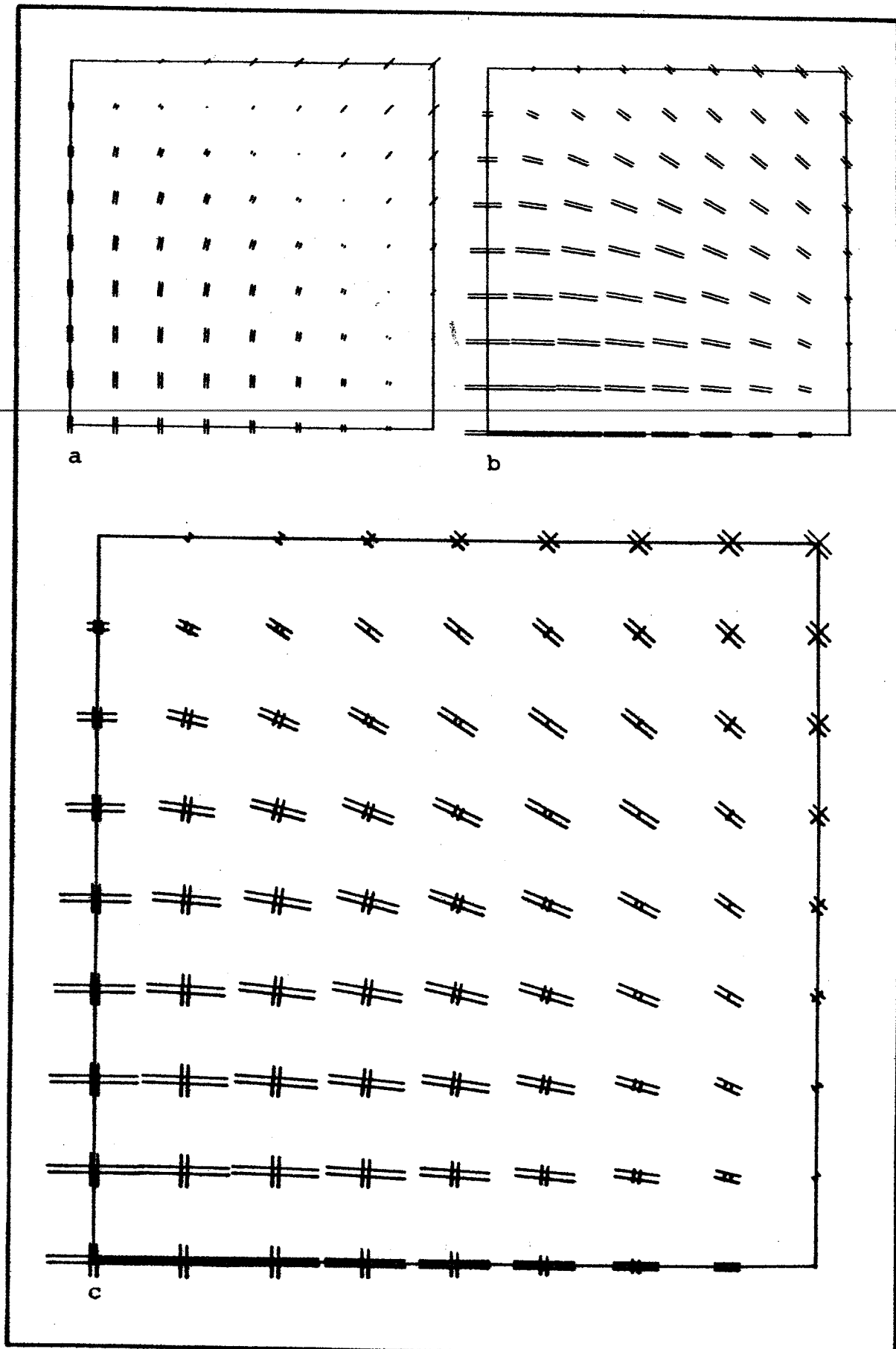
4.26

PLADE 2C



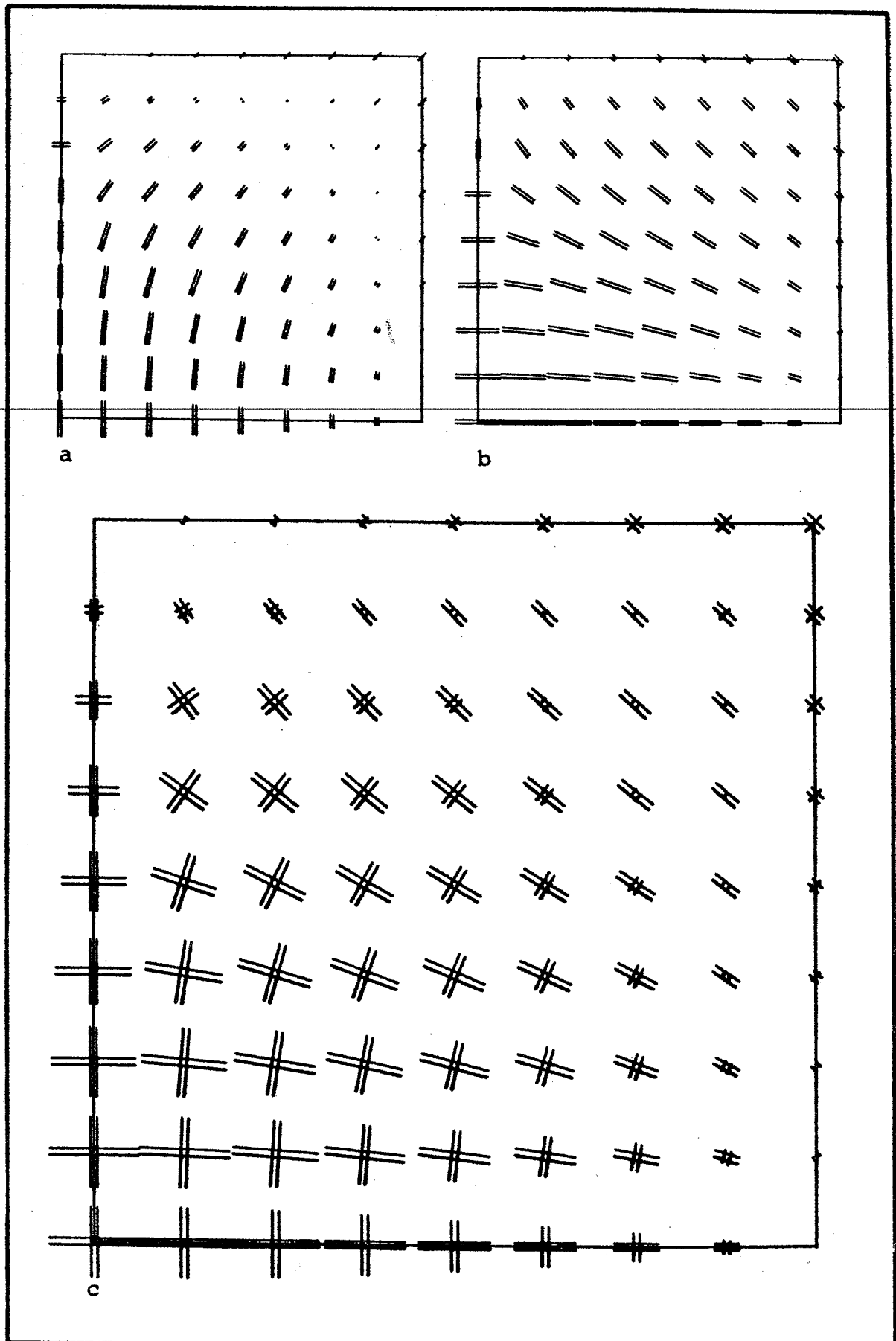
4.27

PLADE 3B



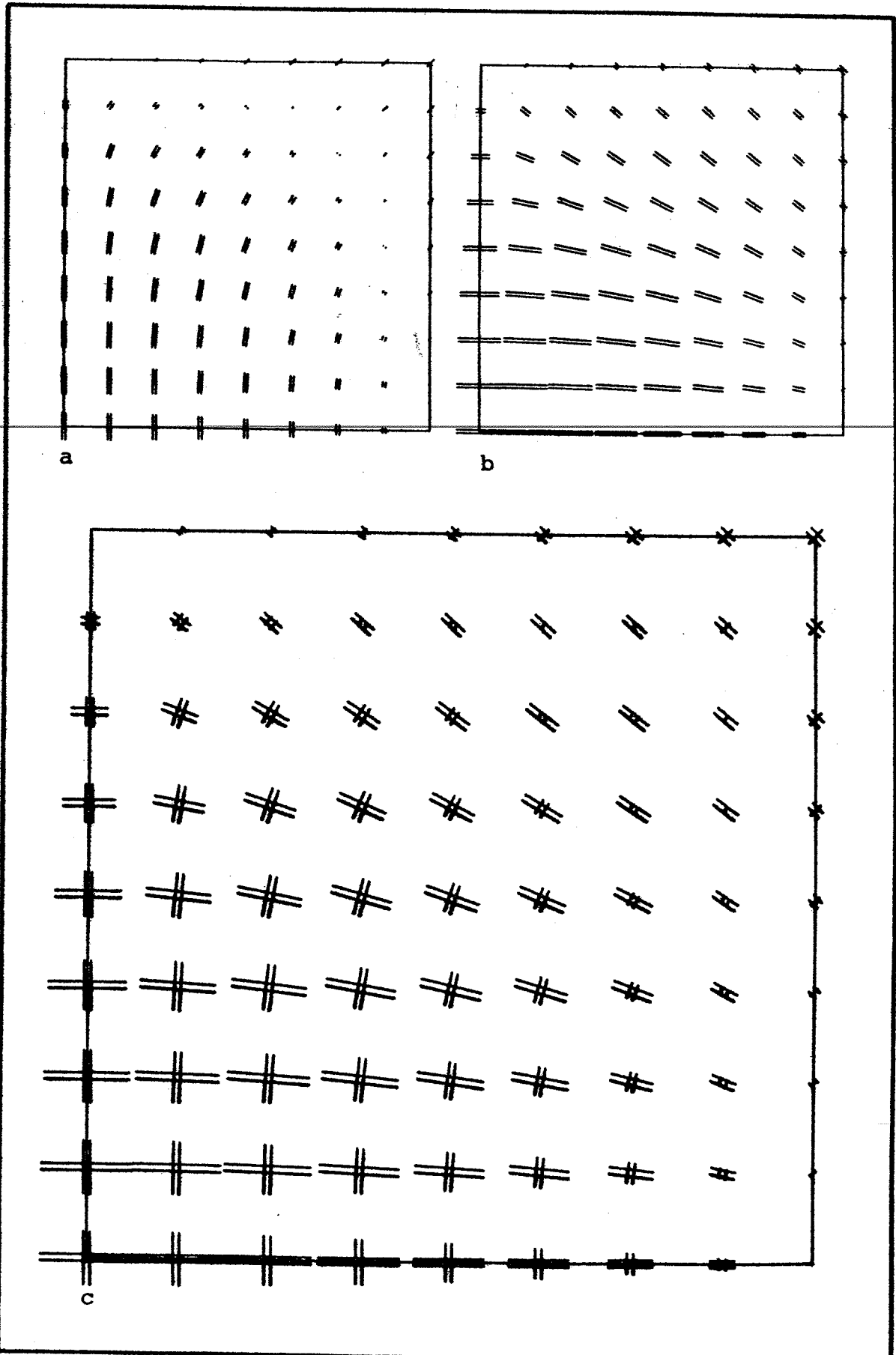
4.28

PLADE 3C



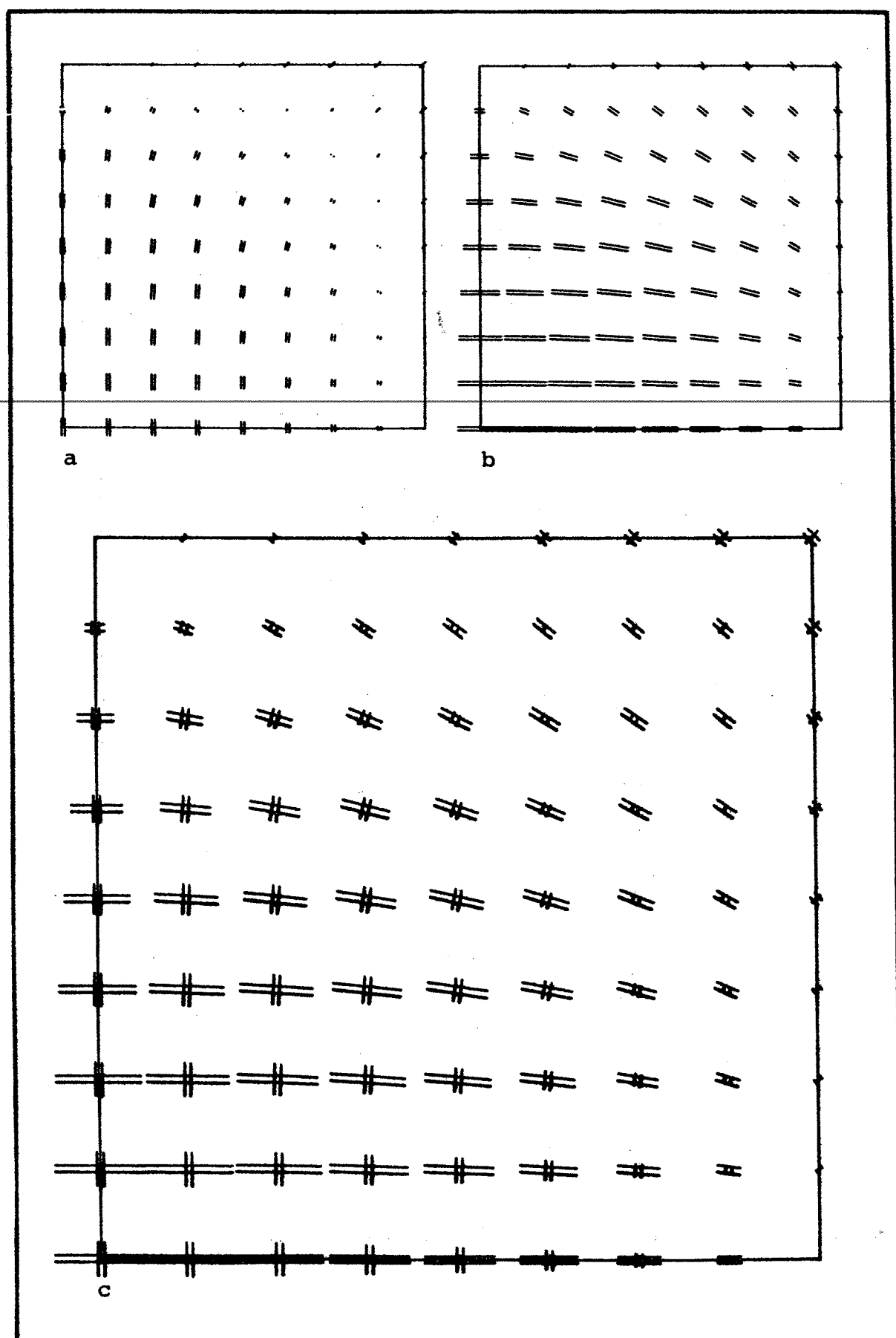
4.29

PLADE 3D



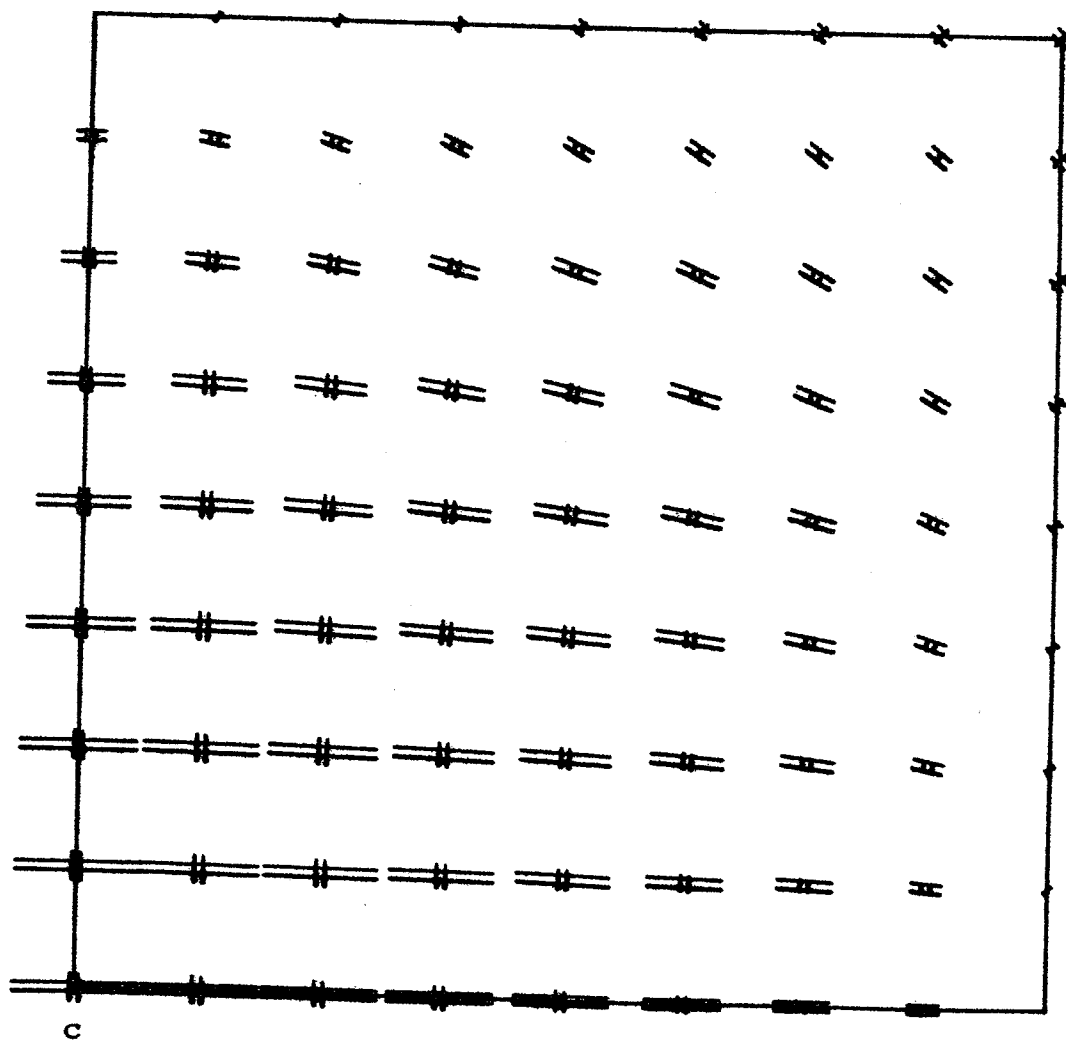
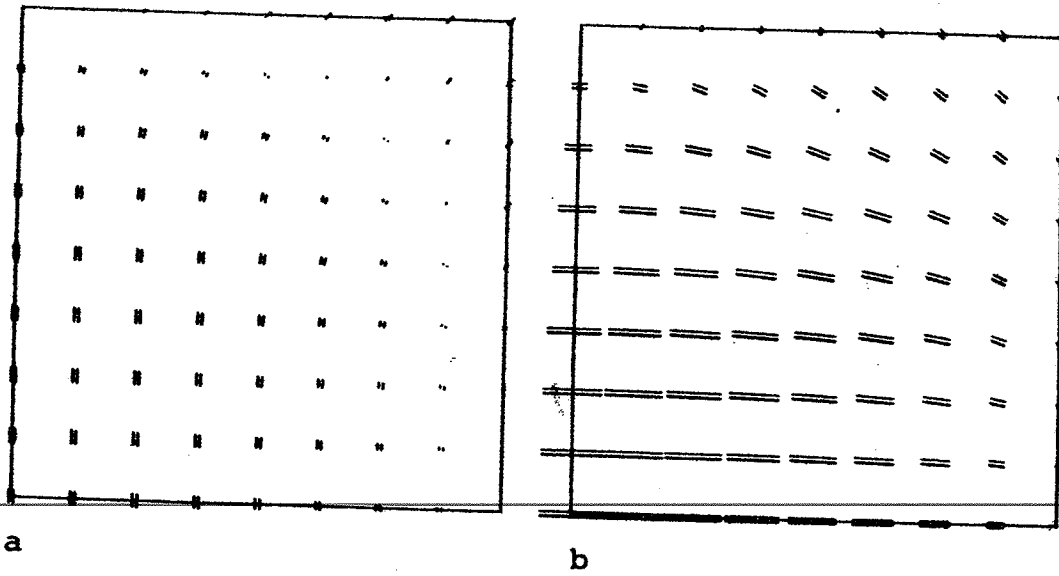
4.30

PLADE 3F



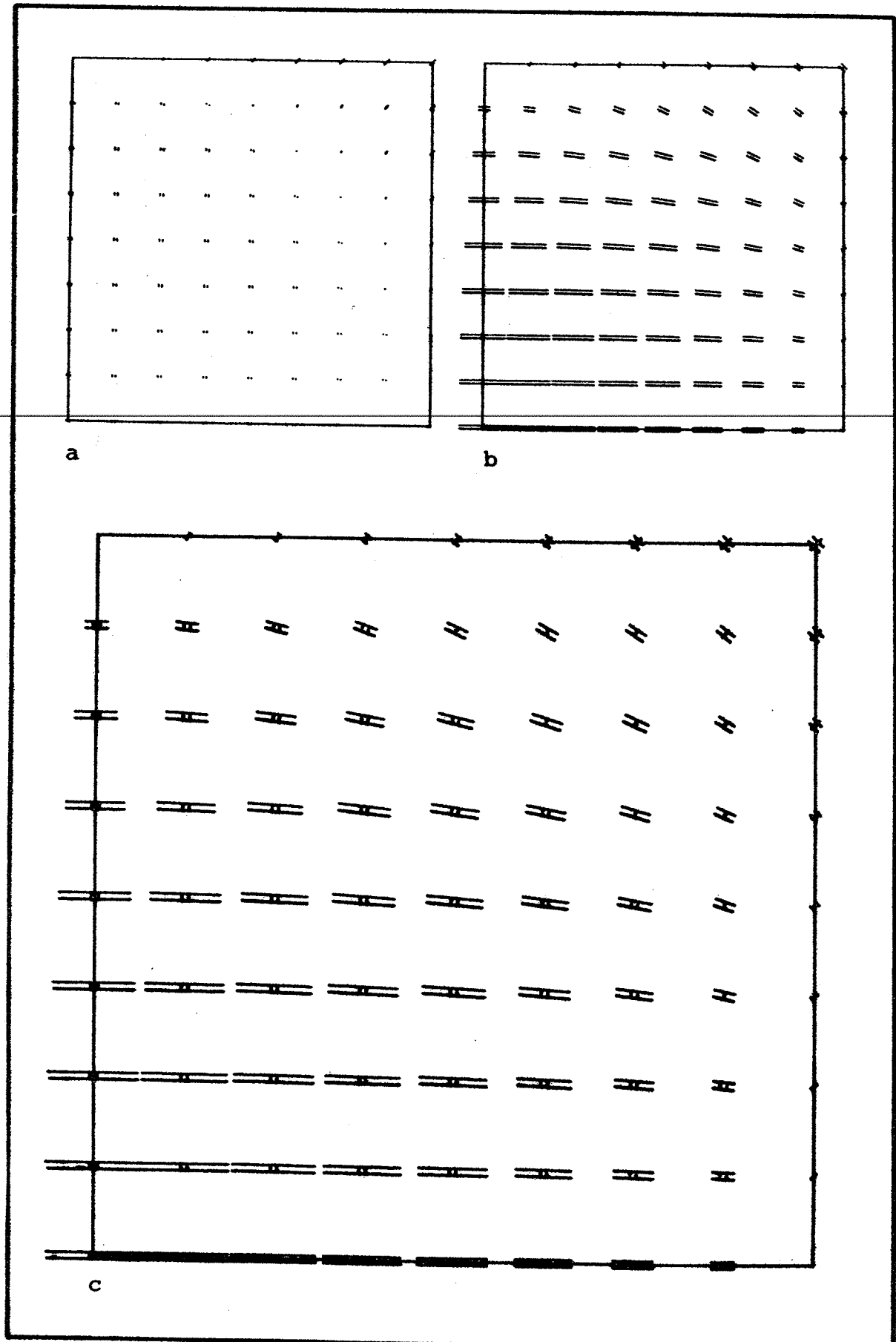
4.31

PLADE 3H



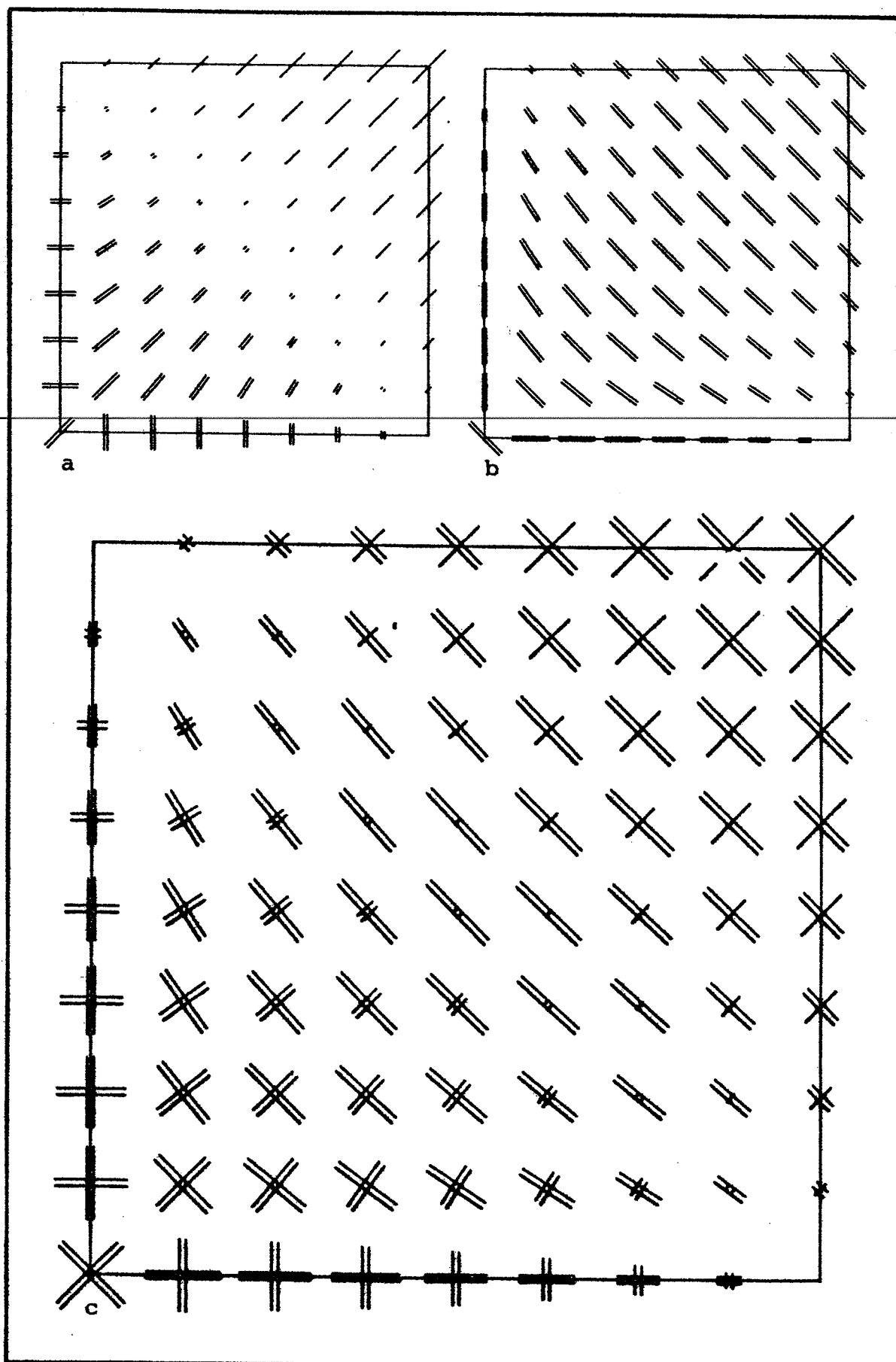
4.32

PLADE 3J



4.33

PLADE 3L



4.34

PLADE 3N

5. TEGNINGSOVERSIGT OG STØRSTE HOVEDMOMENTER

Sammenhæng mellem figurnumre, pladebetegnelser og figurindhold for figurerne 4.01 - 4.34 fremgår af figur 5.01. På figuren er tillige anført faktorerne β_1 og β_2 , hvorom der gælder:

$$\max\{|m_1|\} = |\beta_1| p \ell^2$$

$$\max\{|m_2|\} = |\beta_2| p \ell^2$$

hvor ℓ er den kvadratiske plades kantlængde og p den jævnt fordelte fladelast. β_1 og β_2 kan være henført til forskellige steder på pladearealet. Af værdierne $\beta_1 = \beta_2 = 0.0479$ ses den anvendte finite-element-metode at være tilfredsstillende nøjagtig, eftersom disse størrelser stemmer overens med tilsvarende værdier angivet i [Timoschenko, S.P. et al. (1970)] pp. 118-120.

For mere detaljerede ikke-visuelle snitmomenter henvises til [Aagaard, N.J. (1988c)], hvorfra tabellens værdier er udtaget.

Det bør bemærkes, at de ret høje værdier af β_1 og β_2 for pladetyperne 2A-2D beror på store momentspidser omkring søjleunderstøtningerne, hvor der forekommer singulære punkter.

FIGURNR.	PLADE	INDHOLD	β_1	β_2
			VÆRDI (KNUDE)	VÆRDI (KNUDE)
4.01	1A	Stør.& Retn.	0.1504 (73)	-0.1220 (81)
4.02	1A	Trajektorier	-	-
4.03	1D	Stør.& Retn.	0.2665 (73)	-0.0960 (81)
4.04	1D	Trajektorier	-	-
4.05	2B	Stør.& Retn.	-0.4376 (81)	-0.4376 (81)
4.06	2B	Trajektorier	-	-
4.07	2D	Stør.& Retn.	-0.3683 (81)	-0.5862 (81)
4.08	2D	Trajektorier	-	-
4.09	3A	Stør.& Retn.	0.0479 (1)	0.0479 (1)
4.10	3A	Trajektorier	-	-
4.11	3E	Stør.& Retn.	0.0700 (1)	0.0583 (1)
4.12	3E	Trajektorier	-	-
4.13	3G	Stør.& Retn.	0.0776 (1)	0.0503 (1)
4.14	3G	Trajektorier	-	-
4.15	3I	Stør.& Retn.	0.0879 (1)	0.0390 (1)
4.16	3I	Trajektorier	-	-
4.17	3K	Stør.& Retn.	0.1058 (1)	0.0183 (1)
4.18	3K	Trajektorier	-	-

FIGURNR.	PLADE	INDHOLD	β_1	β_2
			VÆRDI (KNUDE)	VÆRDI (KNUDE)
4.19	3M	Stør.& Retn.	0.1159 (1)	-0.0186 (81)
4.20	3M	Trajektorier	-	-
4.21	3O	Stør.& Retn.	0.0644 (1)	0.0644 (1)
4.22	3O	Trajektorier	-	-
4.23	1B	Stør.& Retn.	0.1594 (73)	-0.1177 (81)
4.24	1C	Stør.&Retn.	0.2792 (73)	-0.0846 (81)
4.25	2A	Stør.& Retn.	-0.3366 (81)	-0.3366 (81)
4.26	2C	Stør.& Retn.	-0.3292 (81)	-0.5285 (81)
4.27	3B	Stør.& Retn.	0.0813 (1)	-0.0282 (81)
4.28	3C	Stør.& Retn.	0.0798 (1)	0.0283 (1)
4.29	3D	Stør.& Retn.	0.0700 (1)	0.0552 (1)
4.30	3F	Stør.& Retn.	0.0791 (1)	0.0460 (1)
4.31	3H	Stør.& Retn.	0.0908 (1)	0.0340 (1)
4.32	3J	Stør.& Retn.	0.1025 (1)	0.0227 (1)
4.33	3L	Stør.& Retn.	0.1175 (1)	-0.0191 (81)
4.34	3N	Stør.& Retn.	0.0465 (81)	-0.0465 (81)

5.01

$\max\{m_1\} = \beta_1 \cdot p l^2$; $\max\{m_2\} = \beta_2 p l^2$; I parentes er anført, hvor det pågældende maksimalmoment optræder. Vedrørende knudenr. - se figur 1.04.

REFERENCES

- Aagaard, N.J. (1988a): "Træstrukturer og Ressourceøkonomi i Naturen".
Rapport nr. 170, Instituttet for Husbygning, DTH
- Aagaard, N.J. (1988b): "Trækonstruktioner og Materialeøkonomi i Husbygning".
Rapport nr. 172, Instituttet for Husbygning, DTH
- Aagaard, N.J. (1988c): "Programmer for beregning og optegning af hovedmomenter i ortotrope plader".
Appendix til rapport nr. 173, Instituttet for Husbygning, DTH, upubliceret - findes på IFH.
- Aagaard, N.J. (1988d): "Reference list on Tree Structures and Resource Economy in Nature."
Rapport nr. 171, Instituttet for Husbygning, DTH
- Andersen, S. (1979): "Plotteprogram til optegning af hovedspændinger eller -momenter i skiver og plader".
Appendix til licentiatafhandling ved Instituttet for Husbygning, DTH, 1979, upubl. - findes på IFH.
- Andersen, S. (1980): "Isostatdæk. Konstruktion-Materialer-Energi".
Rapport nr. 136, Instituttet for Husbygning, DTH, 1980.
- Argyris, J.H. (ed.) (1975): "ASKA Part 1 - Linear Static Analysis. User's reference Manual".
Report No. 73, Rev. udg. C, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen. Universität Stuttgart, 1975.
- König, M. (1971): "ASKA PM 110 - Error Messages and debugging aids".
Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen. Universität Stuttgart, 1975.
- Lekhnitskii, S.G. (1968): "Anisotropic Plates".
2'nd ed., New York, 1968.
- Timoschenko, S.P. et al. (1970): "Theory of Plates and Shells".
2'nd ed., 1970.